

Рефлексивные представления

Андрюхин А.И., к.т.н,
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк,
alexandruckin@rambler.ru

Андрюхин А.И. Рефлексивные представления. Целью исследования является применение рефлексивных моделей несовместных фактов, описываемых булевыми уравнениями от конечного числа переменных. Представлены все несовместные системы булевых уравнений от двух переменных. Построены все несовместные системы булевых уравнений от трех переменных. Приведены все возможные рефлексивные представления несовместных системы булевых уравнений от двух переменных. Построены все возможные рефлексивные представления несовместных систем булевых уравнений от трех переменных. Приведены результаты компьютерных расчетов. В расчетах использовался пакет Mathematica.

Ключевые слова: рефлексия, ранг рефлексии, парадоксы, модель, булевы функции

Введение

Известное утверждение «Познай себя и ты познаешь весь мир» имело в дальнейшем развитии человеческой мысли различные модификации. Широко известно высказывание Канта о звездном небе и нравственном законе у людей, однако для целей статьи необходимо более подробно рассмотреть воззрение Д.Локка[1] и также известные в истории человеческой познания положения таких авторов, как Фа Цзан (буддийская школа хуаянь)[2], Аристотель[3], Секст Эмпирик[4].

Так в работах влиятельного английского философа Д.Локка (напомним, создатели столь повлиявшей на исследование языка системы Margie из лаборатории ИИ в Стэнфорде разделяли его взгляды [5]) подчеркиваются следующие важные моменты наблюдений и рассуждений.

Так Локк считал, что первым шагом научного исследования является исследование собственного разума, т.е. использование рефлексии.

Под умом человека, его психикой Локк подразумевал некий присущий человеку аппарат, который подобно зрительной сенсорной системе, воспринимает идеи.

Ибо, на мой взгляд, первый шаг к разрешению различных вопросов, с которыми почти наверняка должна была столкнуться человеческая душа, состоит в исследовании нашего собственного разума, изучении своих собственных сил и усомнения того, к чему они применимы. На мой взгляд, до тех пор, пока этого не было сделано, мы начинали не с того конца и напрасно искали удовлетворения в спокойном и надежном обладании наиболее важными для нас истинами в то самое время, как пускали свои мысли в обширный океан бытия, как будто бы все это бесконечное пространство является естественным и несомненным владением нашего разума, в котором ничто не избегает его определений, ничто не ускользает от его понимания.

Заметим, что, согласно следующему фрагменту, Локк согласен с непознаваемостью внешнего мира.

Если, таким образом, люди, направляя свои исследования за пределы своих способностей, пускают свои мысли странствовать по таким глубинам, где они не достают твердой опоры, то не удивительно, что они поднимают вопросы и умножают споры, которые никогда не приводят ни к какому искому решению, а только поддерживают и увеличивают их сомнения и в конце концов утверждают их в абсолютном скептицизме. А между тем, если бы как следует были изучены способности нашего разума, выявлены пределы нашего познания и найдены границы освещенной и темной части вещей, постигаемой и непостижаемой нами, люди примирились бы с открыто признанным неведением одной части и с большей пользой и удовлетворенностью обратили бы свои мысли и рассуждения на другую.

Необходимо указать, что объем понятия идея у Локка чрезвычайно велик. Любой объект внутренней когнитивной деятельности человека он считал возможным характеризовать этим словом.

8. Что означает слово «идея». Вот что считал я нужным сказать о поводе к этому исследованию о человеческом разуме. Но прежде чем перейти к своим мыслям об этом предмете, я должен здесь, во вступлении, попросить у читателя прощения за частое употребление слова «идея» в последующем изложении. Так как этот термин, на мой взгляд, лучше других обозначает все, что является объектом мышления человека, то я употребляю его для выражения того, что подразумеваю под словами «phantom», «понятие», «вид», или всего, чем может быть занята душа во время мышления. И я не мог избежать частого употребления его.

Я думаю, со мною легко согласятся в том, что такие идеи есть в человеческой душе. Каждый познает их в себе, а слова и действия других убеждают его в том, что они есть и у других.

Некоторые положения Локка являются спорными с позиции знаний сегодняшнего времени. Так рассматривая следующий фрагмент[1]:

5. Все наши идеи происходят или из одного, или из другого источника. Ни из какого другого источника, кроме указанных двух, разум, на мой взгляд, не получает ни малейших проблемок идей. Внешние вещи доставляют уму идеи чувственных качеств, которые все суть вызываемые в нас вещами различные восприятия, а ум снабжает разум идеями своей собственной деятельности, напомним известный вывод Фреге о непринадлежности человеческой мысли ни внешнему миру, ни внутреннему миру человека, сделанный им прилогическом исследовании человеческой мысли. Этим выводом Фреге указывает на более сложное построение мира, нежели это принято в обыденном сознании [6]. ДжЛокк однако, часто повторяет тезис о двух источниках человеческой информации.

4. Деятельность нашего ума – другой их источник. Во-вторых, другой источник, из которого опыт снабжает разум идеями, есть внутреннее восприятие действий (operations) нашего ума, когда он занимается приобретенными им идеями. Как только душа начинает размышлять и рассматривать эти действия, они доставляют нашему разуму (understanding) идеи другого рода, которые мы не могли бы получить от внешних вещей. Таковы «восприятие», «мышление», «сомнение», «вера», «рассуждение», «познание», «желание» и все различные действия нашего ума(mind). Когда мы сознаем и замечаем их в себе, то получаем от них в своем разуме такие же отличные друг от друга идеи, как и те, которые мы приобретаем от тел, действующих на наши чувства. Этот источник идей каждый человек целиком имеет внутри себя, и, хотя этот источник не есть чувство, поскольку не имеет никакого дела с внешними предметами, тем не менее он очень сходен с ним и может быть довольно точно назван внутренним чувством. Но, называя первый источник *ощущением*, я называю второй *рефлексией*, потому что он доставляет только такие идеи, которые приобретаются умом при помощи размышлений о своей собственной деятельности внутри себя. Итак, мне бы хотелось, чтобы поняли, что под *рефлексией* в последующем изложении я подразумеваю то наблюдение, которому ум подвергает свою деятельность и способы ее проявления, вследствие чего в разуме возникают идеи этой деятельности. Эти два источника, повторяю я, т. е. внешние материальные вещи, как объекты *ощущения* и внутренняя деятельность нашего собственного ума как объект *рефлексии*, по-моему, представляют собой единственное, откуда берут начало все наши идеи.

Локк указывает на иерархичность рефлексии согласно авторского рис.1, на котором рефлексивному процессу осознания собственного сознания приписывается больший ранг рефлексии.

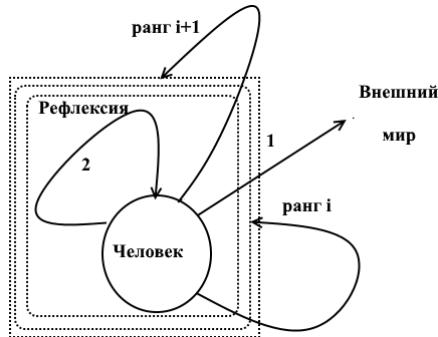


Рисунок 1 – Иерархичность рефлексии

Фрагмент текста Локка представлен ниже:

1. Простые идеи рефлексии – это действия ума в отношении его других идей. Получая извне упомяннутые в предыдущих главах идеи, душа, обращая свой взор во внутрь, на себя, и наблюдая свои действия в отношении этих приобретенных ею идей, получает отсюда другие идеи, которые так же способны быть объектами ее созерцания, как и идеи, воспринимаемые от внешних вещей.

2. Идею восприятия и идею воли мы получаем от рефлексии. Две основных главных вида деятельности души, которые чаще всего исследуются и настолько часто встречаются, что каждый, кто желает, может заметить их в себе,— это восприятие, или мышление¹⁶, и желание, или хотение. Сила мышления называется разумом, а сила желания называется волею; обе эти силы ума называются способностями. О некоторых модусах данных простых идей рефлексии, таких, как вспоминание, различение, рассуждение, суждение, познавание, вера и т. д., я буду иметь случай поговорить позже¹⁷

Подчеркнем известный факт большого влияния Локка на Шопенгауэра и то, что в основном произведении А.Шопенгауера «Мир, как воля и представление» выполняется разработка принципов, высказанных Локком.

Постановка задачи

В настоящее время достаточно укоренившимся является мнение, что функционирование интеллектуальной системы должно быть представлено не менее чем двумя подсистемами. Первая подсистема в нашем сознании ассоциируется с символико-логическими операциями (Д.Буль считал, что анализируя и исследуя операции над символами, он исследует законы мышления), вторая выполняет динамические преобразования над модельными ситуациями, т.е. выполняет физическое моделирование.

В данной работе выполняется попытка представления текущей ситуации символыми отношениями между элементами описания (в число которых входят как свойства, так и отношения между элементами наблюдений сознания). Ясно, что здесь необходимо прозрачное понимание и решение проблемы символа, т.е. как с помощью символов, обладающих в нашем сознании определенными свойствами представлять динамику и другие свойства (отличные от свойств символов) наблюдаемого и ненаблюдаемого. Естественно понятно, что следует ожидать в нашем описании элементов наблюдаемого мира парадоксальных для субъекта фактов и ситуаций.

Предлагается обобщающее рефлексивное описание (если возможно) и следуемый из него рефлексивный вывод для «парадоксальных» или несовместных логических фактов (отношений). Следующим пунктом исследований является переход от булевой логики к вероятностной логике, которая присуща человеческому мышлению.

Здесь мы применяем известные формулы и правила для интерпретации наблюдаемых фактов на основе [7].

Теория причинности в буддийской логике

В раннем буддизме теория причинности, согласно которой возникновение и существование любого явления находится в зависимости от другого явления, занимает центральное место (см.рис.2а). Однако в нем не анализируется источник причинной зависимости. Для авторитетной школы буддийской школы хуаянь играл большую роль четвертый пункт 12 –звенной цепи причинной зависимости “Из сознания возникают имя и форма”.

Необходимо подчеркнуть, что в этой школе считали справедливым положение порождения любого явления другим явлением только совместно с сознанием (см. рис.2б). Необходимо наличие двух составляющих для причины чего либо, т.е. сознания и объекта внешнего мира, причем первое(сознание) есть основная причина, а второй(объект) является дополнительной.

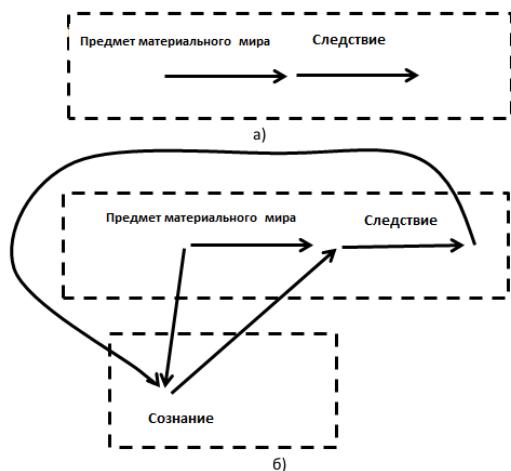


Рисунок 2 – а) порождения любого явления в раннем буддизме; б) две составляющих для причины чего либо

Рефлексия

По определению, под ней понимаем принцип человеческого мышления, направляющий его на осмысление и осознание собственных форм и предпосылок;

Рефлексия способствует формированию самосознания, «оборачивая» сознание само на себя.

Многие учёные, философы считают, что рефлексия отличает человека от животного, и рассматривают её как универсальный способ анализа самосознания.

Так, Тейяр де Шарден усматривал основное различие между человеком и животным в степени развития рефлексии.

«Для окончательного решения вопроса о «превосходстве» человека над животными ... я вижу только одно средство....рассмотреть центральный феномен — рефлексию» [8].

С появлением рефлексивности, свойства в сущности элементарного (по крайней мере, вначале!), все меняется, и мы замечаем, что под более яркой реальностью коллективных преобразований скрыто происходило параллельное движение к индивидуализации.»

В этой работе Тейяр де Шарден подчеркивал, что «Под свободным и изобретательным воздействием сменяющих друг друга разумных существ со всей очевидностью нечтонеобратимо накапливается и передается, по крайней мере коллективно, путем воспитания, в ходе веков. Но это «ничто» — материальное сооружение или творение красоты, системы мысли или системы действия — в конечном счете всегда выражается в увеличении сознания, а сознание, в свою очередь, теперь мы это знаем, — не что иное, как субстанция и кровь развивающейся жизни.

Это означает, что, кроме феномена, относящегося к одному лицу — индивидуального подступа к рефлексии, — наука должна признать наличие феномена, также имеющего рефлексивную природу, но охватывающего целиком все человечество!. Это замечание раскрывается в [9].

Согласно В.Лефевру, справедливым можно считать, что человеку от рождения даны фундаментальные рефлексивные структуры с двумя рангами рефлексий (субъект чувствует себя и чувствует себя чувствующим себя) и автоматическим механизмом счета [10,11].

Рефлексивные булевые функции

Важность рассмотрения рефлексивных булевых функций обусловлена тем, что реализации сознания относится к базовым проблемам науки и любые прорывы в ней повлекут за собой резкое изменение в жизни человечества. Основная задача работы заключается в проверке свойств элементов рефлексивной булевой логики быть базовыми элементами сознания системы мозга. Подчеркнем, что система, построенная из исследуемых рефлексивных булевых элементов, должна сама быть рефлексивной.

Тогда при таком подходе, системы подобного рода являются самоподобными и рефлексивными, и следовательно, обладать

фрактальными свойствами, т.е. теми свойствами, которые демонстрирует человеческий мозг.

Напомним, что согласно [12-14] рефлексивные булевые функции i -ого порядка обладают свойством

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n), x_{i+1}, \dots, x_n) = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Обозначим через $\Phi_{i,j}$ множество рефлексивных булевых функций i -порядка от j переменных. Также обозначим через Φ_j множество рефлексивных булевых функций от j переменных.

Задача определения рефлексивных булевых функций зависящих от 2, 3, 4 и более переменных решена в [12-13].

По аналогии с рефлексивными булевыми функциями рассматриваются негативные рефлексивные булевые функции i -ого порядка, которые обладают свойством $N(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, \neg N(x_1, x_2, \dots, x_n), x_{i+1}, \dots, x_n) = N(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Обозначим через $N_{i,j}$ множество негативных рефлексивных булевых функций i -порядка от j переменных. Также обозначим через N_j множество негативных рефлексивных булевых функций от j переменных.

В [13] выполнен анализ таких важных операций, как импликация и правило логического вывода «modus ponens» (MP), как представителей рефлексивных булевых функций.

Для определения рефлексивных булевых и негативных рефлексивных булевых функций и их характеристик был использован пакет Wolfram Mathematica 11.1.1, и в частности оператор BooleanFunction. Основные результаты для булевых функций от четырех переменных представлены в таблице 1. Под полными понимаем функции, в записи которых присутствуют все 4 переменные.

Таблица 1. Свойства функций от 4 переменных

Номер	Порядки	Рефлексивные		Негативно-рефлексивные	
		Все	Полные	Все	Полные
1	1	6293	5860	6225	5792
2	2	5826	5397	5884	5455
3	3	5946	5513	5946	5513
4	4	5946	5513	5946	5513
5	1,2	1276	1088	1264	1076
6	1,3	1238	1047	1240	1054
7	1,4	1276	1088	1272	1084
8	2,3	1166	982	1202	1018
9	2,4	1232	1046	1254	1068
10	3,4	1285	1097	1285	1097
11	1,2,3	396	302	396	302
12	1,2,4	396	302	396	302
13	1,3,4	398	304	398	304
14	2,3,4	386	292	400	306
15	1,2,3,4	168	114	168	114

Время определения рефлексивных и негативно-рефлексивных булевых функций из общего числа 65536 всех булевых функций от четырех переменных заняло 50 минут счета на процессоре Intel Core i3-4170 с частотой 3.7 ГГц.

Расчеты для функций от пяти и тем более 6, 7... переменных являются в настоящее время практически невозможными.

Рефлексивные представления и описания целей и возможностей конкурентов

Обозначим через рефлексивные представления случаи, когда система S_i может иметь модель представлений о ситуации других систем $S_j (j \neq i)$ и будем записывать их как $J_i (J_j(\alpha))$.

Такие модели могут использоваться для более точной оценки ситуации. Эти модели являются отражением системы S_i о степени осведомленности системы S_j .

Цели и возможности A_i и M_i для системы S_i обычно не совпадают с собственным представлением своих целей и возможностей A_i^i и M_i^i . Система S_i может определить свои возможности M_i^i по воздействию на внешнюю среду для достижения определенных состояний систем и объектов.

На базе модели $J_i (J_j(\alpha))$ система S_i может оценить возможности системы S_j , которое обозначим через M_i^j .

Цель для целеустремленной системы можно определить как некоторые желанные ситуации. Для системы S_i цель есть некоторая совокупность предложений, которые описывают желаемое свойство ситуации.

$Aim_{Jm}^{Jm-1, Jm-2, \dots, J, I}$ – информационная модель совокупности предложений, которые описывают представление i -ой системы о целевых установках системы S_{Jm} . Рефлексивные представления о целях и возможностях оппонентов представлены на рис.3-рис.5.

Знания системы S_1

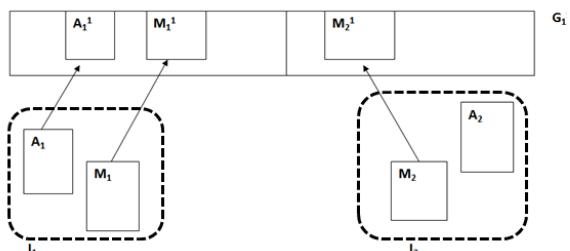


Рисунок 3 – Рефлексия 0-ранга

Знания системы S_1



Рисунок 4 – Рефлексия 1-ранга

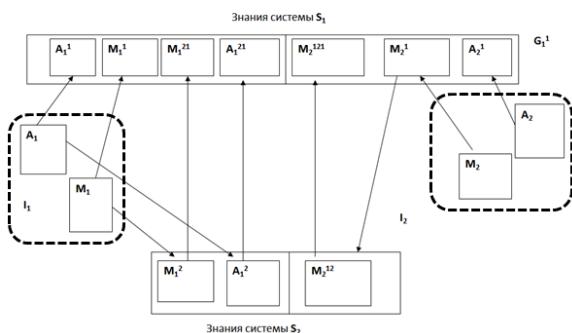


Рисунок 5 – Рефлексия 2-ранга

Рефлексивный вывод. Парadoxы и вероятностная интерпретация.

Рассмотрим простой пример, который иллюстрирует основные моменты и свойства рефлексивного обобщающего вывода и его вероятностного аналога.

Имеем два несовместных булевых уравнения $X_1 \wedge X_2 = 1$, $\neg(X_1 \vee X_2) = 1$ (система этих булевых уравнений не имеет решений).

Их левые части обозначим следующим образом $\psi_1(X_1, X_2) = X_1 \wedge X_2$, $\psi_2(X_1, X_2) = \neg(X_1 \vee X_2)$.

Рассмотрим булеву функцию $f(X_1, X_2, X_3) = X_3 \wedge \psi_1(X_1, X_2) \vee \neg X_3 \wedge \psi_2(X_1, X_2)$ равную True, т.е. используем известную формулу разложения булевой функции более высокой размерности по дополнительным переменным.

Имеем, что при $X_3=1$ истинна $\psi_1(X_1, X_2)$, а при $X_3=0$ истинна $\psi_2(X_1, X_2)$.

Замечаем, что

$$f(X_1, X_2, X_3) = f(f(X_1, X_2, X_3), X_2, X_3).$$

Следовательно, она является рефлексивной функцией 1-го порядка.

Таким образом мы можем получить обобщающие представления и для булевых функций более высоких размерностей. Ясно, что их будет $m!$ для n уравнений вида $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \text{True}, i=1, n$. Обычно рассматриваем минимальное $m = [\log_2 n] + 1$, хотя можем использовать и большие значения.

Если обобщение мы всегда можем получить, используя известную формулу разложения булевой функции по нескольким переменной, то ответ на вопрос о существовании рефлексивного обобщающего представления для произвольной несовместной системы остается неясным.

Интерпретация правил использования вероятностных формул представлено в таб.2-3.

Основными элементами вероятностной логики являются логические связки-операции ($\neg, \wedge, \vee, \leftrightarrow, \rightarrow$) с индексом p , с помощью которого мы указываем вероятностную оценку истинности определенной формулы [12-13]. Пример

интерпретация вероятностного отрицания \neg_p представлен в табл. 2. Общие сведения о свойствах и операциях ВЛ представлены в табл.3.

Таблица 2 – Вероятностное отрицание

Вход X	Выход $\neg_p X$	
	0	1
0	$1-p$	p
1	p	$1-p$

Таблица 3 – Свойства и операции ВЛ

1	Коммутативность	$x \vee_p y \leftrightarrow y \vee_p x$ $x \wedge_p y \leftrightarrow y \wedge_p x$
2	Двойное отрицание	$\neg_q(\neg_p x) \leftrightarrow \neg_p(\neg_q x)$ $\neg_p 0 \leftrightarrow \neg_l(\neg_p 1)$ $\neg_p 1 \leftrightarrow \neg_l(\neg_p 0)$
3	Операции с 1 и 0	$(0 \wedge_p y) \leftrightarrow \neg_p 1$ $(1 \wedge_p y) \leftrightarrow \neg_l(\neg_p y)$ $(0 \vee_p y) \leftrightarrow \neg_l(\neg_p y)$ $(1 \vee_p y) \leftrightarrow (\neg_p 0)$
4	Эквивалентность	$(y \wedge_p y) \leftrightarrow \neg_l(\neg_p y)$ $(y \vee_p y) \leftrightarrow \neg_l(\neg_p y)$
5	Вероятностная тавтология	$(y \wedge_p (\neg_l y)) \leftrightarrow \neg_p 1$ $(y \vee_p (\neg_l y)) \leftrightarrow \neg_p 0$
6	Вероятностная формула де Моргана	$\neg_q(x \vee_p y) \leftrightarrow \neg_l y \wedge_r \neg_l x$ $\neg_q(x \wedge_p y) \leftrightarrow \neg_l y \vee_r \neg_l x$

Подчеркнем, что в этой таблице мы используем соотношение $r = pq + (1-p)(1-q)$, которое играет важную роль в ВЛ. Нужно отметить, что ВЛ не является дистрибутивной и ассоциативной

Для обработки рефлексивных предложений, используем вероятностный преобразователь на рис.6. Здесь Pr-вероятность правильной оценки воздействия X и соответствующего ответа Y.

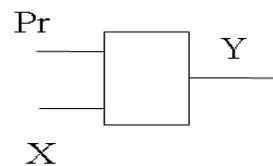


Рисунок 6– Вероятностный преобразователь

Мы интерпретируем X, Y как вероятности. Изображенный узел является простейшим вероятностным преобразователем, который при Pr близкому к 1 выполняет операцию $T(X, Pr)$ при $X=0$ или 1, где функция T определена в таб.4.

Это означает, что если Pr булева переменная, а X действительное число (вероятность), мы продолжаем функции $T(X, 0)$, $T(X, 1)$ на вещественный отрезок $(0, 1)$ функциями $1-X$ и X соответственно.

Таблица 4 – Таблица истинности $T(P1,P2)$

P1	P2	T(P1,P2)
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Подчеркнем, что $T(p,q) = r = pq + (1-p)(1-q)$ и это выражение есть базовым для рефлексивной вероятностной логики.

Заметим, что предлагаемый преобразователь явно ассоциируется с “предложение есть речение, в котором что-нибудь утверждается или отрицается относительно чего-нибудь другого;” [15,с.73].

Список систем от двух несовместных булевых уравнений от двух булевых переменных

Этот список был из 25 систем построен согласно программе в Wolfram Mathematica 11.2. Булевые функции представлены минимальными формами.

Список представлен на рис.7. Второе (третье) числа являются номерами булевых уравнений в нотации пакета Математика (функция BooleanFunction), которые представлены далее в строке.

1	1	2	$\neg x_1 \&& \neg x_2$	$\neg x_1 \&& x_2$
2	1	4	$\neg x_1 \&& \neg x_2$	$x_1 \&& \neg x_2$
3	1	6	$\neg x_1 \&& \neg x_2$	$(x_1 \&& \neg x_2) \mid\mid (\neg x_1 \&& x_2)$
4	1	8	$\neg x_1 \&& \neg x_2$	$x_1 \&& x_2$
5	1	10	$\neg x_1 \&& \neg x_2$	x_2
6	1	12	$\neg x_1 \&& \neg x_2$	x_1
7	1	14	$\neg x_1 \&& \neg x_2$	$x_1 \mid\mid x_2$
8	2	4	$\neg x_1 \&& x_2$	$x_1 \&& \neg x_2$
9	2	5	$\neg x_1 \&& x_2$	$\neg x_2$
10	2	8	$\neg x_1 \&& x_2$	$x_1 \&& x_2$
11	2	9	$\neg x_1 \&& x_2$	$(x_1 \&& x_2) \mid\mid (\neg x_1 \&& \neg x_2)$
12	2	12	$\neg x_1 \&& x_2$	x_1
13	2	13	$\neg x_1 \&& x_2$	$x_1 \mid\mid \neg x_2$
14	3	4	$\neg x_1$	$x_1 \&& \neg x_2$
15	3	8	$\neg x_1$	$x_1 \&& x_2$
16	3	12	$\neg x_1$	x_1
17	4	8	$x_1 \&& \neg x_2$	$x_1 \&& x_2$
18	4	9	$x_1 \&& \neg x_2$	$(x_1 \&& x_2) \mid\mid (\neg x_1 \&& \neg x_2)$
19	4	10	$x_1 \&& \neg x_2$	x_2
20	4	11	$x_1 \&& \neg x_2$	$\neg x_1 \mid\mid x_2$
21	5	8	$\neg x_2$	$x_1 \&& x_2$
22	5	10	$\neg x_2$	x_2
23	6	8	$(x_1 \&& \neg x_2) \mid\mid (\neg x_1 \&& x_2)$	$x_1 \&& x_2$
24	6	9	$(x_1 \&& \neg x_2) \mid\mid (\neg x_1 \&& x_2)$	$(x_1 \&& x_2) \mid\mid (\neg x_1 \&& \neg x_2)$
25	7	8	$\neg x_1 \mid\mid \neg x_2$	$x_1 \&& x_2$

Рисунок 7 - Список систем от двух несовместных булевых уравнений от двух булевых переменных

Список систем от трех несовместных булевых уравнений от трех булевых переменных

Он был построен согласно программе в Wolfram Mathematica 11.2

Основной фрагмент программы представлен ниже.

```
For[k11 = 1, k11 <= N16 - 2, k11++,
  For[k12 = k11 + 1, k12 <= N16 - 1, k12++,
    For[k13 = k12 + 1, k13 <= N16, k13++,
      If[
        Length[
          RES = FindInstance[{BooleanFunction[k11, {x1, x2, x3}] == True &&
            BooleanFunction[k12, {x1, x2, x3}] == True && BooleanFunction[k13, {x1, x2, x3}] == True},
          {x1, x2, x3}, Booleans]] == 0,
        NN = NN + 1, 0]
      ]]]]
```

Количество таких систем равно 922110 и естественно их нельзя представить полностью в работе. Примеры некоторых из этих систем представлены далее.

```
253 1 3 4 !x1&&!x2&&!x3 !x1&&!x2 !x1&&x2&&!x3
254 1 3 6 !x1&&!x2&&!x3 !x1&&!x2 (!x1&&x2&&!x3) || (!x1&&!x2&&x3)
255 1 3 8 !x1&&!x2&&!x3 !x1&&!x2 !x1&&x2&&x3
256 1 3 10 !x1&&!x2&&!x3 !x1&&!x2 !x1&&x3
257 1 3 12 !x1&&!x2&&!x3 !x1&&!x2 !x1&&x2
```

Простейшие несовместные системы булевых уравнений и их рефлексивные представления

Основой дальнейших обобщений является наличие несовместной пары булевых уравнений

$$x_1=f, \neg x_1=f,$$

1 11 1 3	$(!x_1 \&\& !x_2) (!x_1 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad !x_1$
2 14 2 3	$(!x_1 \&\& x_2) (!x_1 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad !x_1$
3 35 1 5	$(!x_1 \&\& !x_2) (!x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad !x_2$
4 43 1 7	$(!x_1 \&\& !x_2) (!x_1 \&\& x_3) (!x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad !x_1 !x_2$
5 44 2 6	$(x_1 \&\& !x_2 \&\& x_3) (!x_1 \&\& x_2)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad (x_1 \&\& !x_2) (!x_1 \&\& x_2)$
6 46 2 7	$(!x_1 \&\& x_2) (!x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad !x_1 !x_2$
7 47 3 7	$\neg x_1 (!x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 !x_2$
8 50 4 5	$(x_1 \&\& !x_2) (!x_2 \&\& x_3)$	$x_1 \&\& !x_2 \quad !x_2$
9 56 4 6	$(x_1 \&\& !x_2) (!x_1 \&\& x_2 \&\& x_3)$	$x_1 \&\& !x_2 \quad (x_1 \&\& !x_2) (!x_1 \&\& x_2)$
10 58 4 7	$(x_1 \&\& !x_2) (!x_1 \&\& x_3)$	$x_1 \&\& !x_2 \quad !x_1 !x_2$
11 59 5 7	$(!x_1 \&\& x_3) !x_2 \quad !x_2 \quad !x_1 !x_2$	
12 131 1 9	$(x_1 \&\& x_2 \&\& x_3) (!x_1 \&\& !x_2)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad (x_1 \&\& x_2) (!x_1 \&\& !x_2)$
13 139 1 11	$(!x_1 \&\& !x_2) (x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad !x_1 x_2$
14 140 2 10	$(!x_1 \&\& x_2) (x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad x_2$
15 142 2 11	$(!x_1 \&\& x_2) (!x_1 \&\& x_3) (x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad !x_1 x_2$
16 143 3 11	$\neg x_1 (x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \quad !x_1 x_2$
17 163 1 13	$(x_1 \&\& x_3) (!x_1 \&\& !x_2)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad x_1 !x_2$
18 172 2 14	$(x_1 \&\& x_3) (!x_1 \&\& x_2)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad x_1 x_2$
19 176 4 12	$(x_1 \&\& !x_2) (x_1 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad x_1$
20 178 4 13	$(x_1 \&\& !x_2) (x_1 \&\& x_3) (!x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad x_1 \&\& !x_2 \quad x_1 !x_2$
21 179 5 13	$(x_1 \&\& x_3) !x_2 \quad !x_2 \quad x_1 !x_2$	
22 184 4 14	$(x_1 \&\& !x_2) (x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& !x_2 \quad x_1 \&\& !x_2 \quad x_1 x_2$
23 194 8 9	$(x_1 \&\& x_2) (!x_1 \&\& !x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad (x_1 \&\& x_2) (!x_1 \&\& !x_2)$
24 200 8 10	$(x_1 \&\& x_2) (x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad x_2$
25 202 8 11	$(x_1 \&\& x_2) (!x_1 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad !x_1 x_2$
26 206 10 11	$(!x_1 \&\& x_3) x_2 \quad x_2 \quad !x_1 x_2$	
27 224 8 12	$(x_1 \&\& x_2) (x_1 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad x_1$
28 226 8 13	$(x_1 \&\& x_2) (!x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad x_1 !x_2$
29 232 8 14	$(x_1 \&\& x_2) (x_1 \&\& x_3) (x_2 \&\& x_3)$	$\neg x_1 \&\& x_2 \quad x_1 x_2$
30 236 10 14	$(x_1 \&\& x_3) x_2 \quad x_2 \quad x_1 x_2$	
31 242 12 13	$x_1 (!x_2 \&\& x_3)$	$x_1 \quad x_1 !x_2$
32 248 12 14	$x_1 (x_2 \&\& x_3)$	$x_1 \quad x_1 x_2$

Рисунок 8 - Рефлексивные функции для систем несовместных булевых уравнений от двух переменных

где f принимает булевы значения True, False, как было упомянуто было ранее.

Определим

$$G(x_1, x_2) = G(x_1, 1) \wedge x_2 \vee G(x_1, 0) \wedge \neg x_2.$$

Если взять первую нетривиальную функцию $G(x_1, 1) = x_1$, получаем $G(x_1, x_2) = x_1 \wedge x_2 \vee \neg x_1 \wedge \neg x_2$. Если $G(x_1, 1) = \neg x_1$, получаем $G(x_1, x_2) = \neg x_1 \wedge x_2 \vee x_1 \wedge \neg x_2$.

Остальные 2 функции $G(x_1, 1) = \text{True}$ или False мы рассматривать не будем.

Список рефлексивных функций, которые описывают систему несовместных булевых уравнений от двух переменных

Список представлен на рис.8

Второе (третье) числа являются номерами булевых уравнений в нотации пакета Математика (функция BooleanFunction), которые представлены далее в строке.

Второе (третье, четвертое) числа являются номерами булевых уравнений в нотации пакета Математика (функция BooleanFunction), которые представлены далее в строке.

Графическое представление вероятностных логических операций

На рис.9 представлена вероятностная рефлексивная функция для несовместной системы
 $\neg x_1 \wedge x_2 = 1(\text{True})$, $x_1 \wedge \neg x_2 = 1(\text{True})$
 $F(x_1, x_2) = (1-x_1)*x_2 + x_1*(1-x_2) - (1-x_1)*x_2*x_1*(1-x_2)$

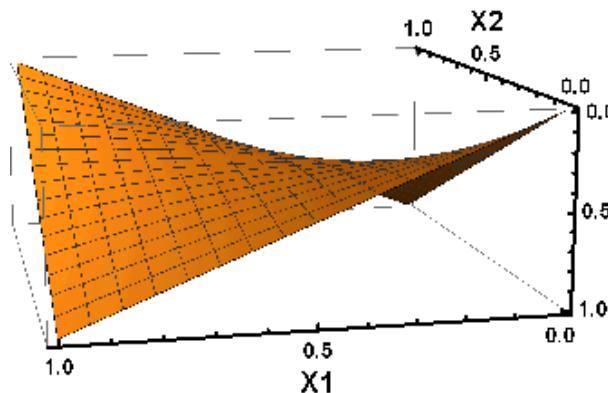


Рисунок 9 – Вероятностная рефлексивная функция

Выводы

В работе представлена одна из возможных модельных концепций логико-рефлексивного аппарата работы с символами интеллектуальной системы.

Функционирование логико-рефлексивного блока может быть описано следующими частями:

1. Представление текущей ситуации представлено символьными отношениями между элементами описания (в число которых входят как свойства, так и отношения между элементами наблюдений сознания). Ясно, что здесь необходимо прозрачное понимание и решение проблемы символа.

2. Обобщающее рефлексивное описание (если возможно) и следуемый из него рефлексивный вывод для «парадоксальных» или несовместных логических фактов (отношений).

3. Переход от булевой логики к вероятностной логике применением известных

формул и использованием таблицы для интерпретации наблюдаемых фактов.

Это направление перспективно для дальнейших исследований

Литература

1. Локк Джон. Сочинения в 3-х т.: Т. I. - М.: Мысль, 1985.— 621 с.
2. Янгутов Л.Е. Философское учение школы хуаянь.- Новосибирск: Наука, 1982.
3. Аристотель. Категории. ГСЭИ. Москва,1939.
4. Секст Эмпирик. Сочинения в двух томах. Т.1. - М., Мысль, 1975. - 399 с.
5. Р.Шенк. Обработка концептуальной информации. - М.: Радио и связь,1980.
6. Фреге Г. Логика и логическая семантика: Сборник трудов. - М.: Аспект Пресс, 2000. - 512 с.
7. Андрюхин А.И.Вероятностные оценки рефлексивных логических связей// Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія : Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. - 2015. - Вип. 1. - С. 147-154. - Режим доступа: http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Npdntu_inf_2015_1_25.pdf
8. Тейяр де Шарден П. Феномен человека. М., 2001.
9. Лепский В.Е., Зорина Г.И. Рефлексивное предприятие XXI века//Рефлексивные процессы и управление, № 2, 2005, том 5, с.21-40
- 10.Лефевр В.А. Конфликтующие структуры. – М.: Наука, 1973. – 188 с.
11. Lefebvre, V. A. A Psychological Theory of Bipolarity and Reflexivity. Lewiston, N.Y.: The Edwin Mellen Press. 1992.
12. Андрюхин А.И. Рефлексивные булевые функции // Информатика и кибернетика, № 4, 2016. - С.4-13.
13. Андрюхин А.И. Сознание, обратная связь и негативные рефлексивные булевые функции// Информатика и кибернетика, № 1, 2017, с.10-24.
14. Андрюхин А.И., Подтынний С.Д. КМОП-реализации рефлексивных систем вероятностной логики. // Информатика и кибернетика, № 1, 2015. С. 25-34.
15. Миль Д. С. Система логики силлогистической и индуктивной: Изложение принципов доказательства в связи с методами научного исследования. — М.: ЛЕНАНД, 2011. — 832 с.

Andryukhin A.I. Reflective representations. *The aim of the research is to use reflexive models of incompatible facts, described by Boolean equations from a finite number of variables. All incompatible systems of Boolean equations of two variables are presented. All incompatible systems of Boolean equations from three variables are constructed. All possible reflexive representations of inconsistent systems of Boolean equations from two variables are presented. All possible reflexive representations of incompatible systems of Boolean equations from three variables are constructed. The results of computer calculations are presented. The calculations used the Mathematica package.*

Keywords: *reflexion, rank of reflection, paradoxes, model, Boolean functions*

Андрюхин А.И. Рефлексивные представления. Целью исследования является применение рефлексивных моделей несовместных фактов, описываемых булевыми уравнениями от конечного числа переменных. Представлены все несовместные системы булевых уравнений от двух переменных. Построены все несовместные системы булевых уравнений от трех переменных. Приведены все возможные рефлексивные представления несовместных системы булевых уравнений от двух переменных. Построены все возможные рефлексивные представления несовместных систем булевых уравнений от трех переменных. Приведены результаты компьютерных расчетов. В расчетах использовался пакет Mathematica.

Ключевые слова: *рефлексия, ранг рефлексии, парадоксы, модель, булевы функции*

Статья поступила в редакцию 20.10.2017

Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат. наук А.С. Миненко