УДК 004.942, 514.18

Некоторые вопросы математического и компьютерного моделирования в строительстве

Е.В. Конопацкий
Донбасская национальная академия строительства и архитектуры
e.v.konopatskiy@donnasa.ru

Конопацкий Е.В. Некоторые вопросы математического и компьютерного моделирования в строительстве. *В статье рассмотрены достоинства и недостатки существующих методов математического и компьютерного моделирования, применяемые в строительной отрасли, а также показаны преимущества геометрического моделирования, реализованного в БН-исчислении. Приведены примеры построения двух геометрических моделей процессов зависимости: предела прочности при сжатии мелкозернистого дегтебетона от четырех параметров: вязкости дегтя, концентрации полимера в органическом вяжущем, концентрации активатора поверхности минерального порошка и температуры, а также предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от двух параметров: напряженности электростатического поля и длительности электрообработки.*

Общая постановка проблемы

В современном строительстве, как на стадии проектирования, так и на стадии эксплуатации, огромную роль играют системы автоматизированного проектирования и расчёта. Все они относятся к системам компьютерного моделирования. Следует отметить, что строительство относится к той отрасли хозяйственной деятельности, где проведение эксперимента с реальной системой, как минимум, не рентабельно, а иногда при строительстве уникальных зданий и сооружений, просто не возможно. Если рассматривать не реальную систему, а её модель, то можно выделить два вида: физическая модель и математическая модель. В свою очередь, математическая модель условно делится на аналитическую и компьютерную. Традиционно аналитическая модель используется для описания достаточно простых систем, когда есть возможность получить точное аналитическое решение. Для решения сложных задач, когда аналитическое решение является сложным и требует большого количества вычислительных ресурсов, гораздо эффективнее проявили себя методы компьютерного моделирования.

В данном случае, под моделью объекта понимается любой другой объект, отдельные свойства которого частично или полностью совпадают со свойствами исходного объекта. Следует отметить, что полученная математическая модель исчерпывающе полной быть не может. Она всегда ограничена и должна соответствовать исключительно целям моделирования, отражая ровно столько свойств исходного объекта, сколько необходимо для данного конкретного исследования. Поэтому для любых моделей возникает вопрос: насколько она достоверна по отношению к реальной системе? Так адекватность математической модели оценивается по близости результатов расчётов к исходным данным моделирования. В качестве аналитических методов моделирования в строительстве широкое распространение получили методы математической статистики, для проверки эффективности которых, используются соответствующие критерии адекватности (например, критерий Фишера), которые показывают, насколько полученная математическая модель отличается от значений исходных данных. С другой стороны компьютерные системы компьютерного моделирования, используемые в строительстве, основаны в основном на методе конечных элементов, который, при всех его преимуществах, имеет ряд недостатков и ограничений. Например, при разбивке объекта на конечное число элементов, исходный сложный объект аппроксимируется кусочно-непрерывной функцией, что приводит к потере некоторого количества информации об исходном состоянии объекта. На следующем этапе составляется система линейных алгебраических уравнений, для решения которой обычно используются численные методы, которые также содержат некоторую погрешность. Таким образом, имеет место накопление ошибки, которую можно уменьшить при увеличении количества элементов, но здесь ограничивающим критерием служит вычислительная способность компьютерной техники.

Другим перспективным направлением может служить геометрическое моделирование многопараметрических процессов и явлений. В зависимости от данной конкретной задачи его можно отнести как к аналитическому моделированию, так и к компьютерному. На данном этапе геометрическое моделирование используется исключительно для аналитического или компьютерного описания геометрической формы строительных конструкций, а также для визуализации полученных результатов моделирования в виде дуг кривых, их комбинаций (номограмм) и отсеков поверхностей. Между тем во многих случаях, ставя в соответствие любому процессу или явлению геометрический объект, который получен на основе исходного массива данных, можно получать результаты гораздо более высокого качества, чем те которые получены другими способами математического и компьютерного моделирования.

Анализ последних исследований и публикаций

Перед решением задач оптимизации на основе полученной математической модели важно убедиться в её адекватности. Иначе и результат оптимизации можно будет считать сомнительным. Как уже было отмечено выше, достоверность полученных результатов оценивается с помощью исходных данных для моделирования. Среди зарубежных и отечественных учёных, которые исследуют свойства строительных систем, будь то влияние различных факторов на системы строительных конструкций или многокомпонентные системы, которые используются для моделирования физико-механических свойств строительных материалов, получили широкое распространение методы математической статистики, одним из которых является регрессионный анализ. Значительным недостатком регрессионного анализа является слабая его устойчивость к исходным данным. Т.е. с точки зрения адекватности, модели, полученные на основе регрессионного анализа, всегда будут отличаться от исходных данных моделирования. При большом массиве исходных данных для моделирования, когда геометрически мы имеем облако точек, такой подход оправдан, поскольку позволяет оценить характер протекания процесса, но при небольшом количестве исходных данных он даёт достаточно большую погрешность, что и было показано в работе [1].

Для геометрического моделирования процессов и явлений в строительстве используется новый математический аппарат – БН-исчисление (точечное исчисление Балюбы-Найдыша), который позволяет определять геометрические объекты по наперед заданным условиям в пространстве любой размерности. Основным элементом БН-исчисления [2-3] является точка, которая характеризуется рядом параметров. Количество параметров, которые определяют точку в пространстве, зависит от размерности этого пространства. А любой геометрический объект является организованным множеством точек. Поэтому точечные уравнения, которые определяют геометрический объект в пространстве, справедливы для пространства любой размерности. Эта особенность БН-исчисления дает возможность представлять геометрические объекты в многомерном пространстве (имеется в виду аффинное многомерное пространство). Исходя из этого, можно сделать вывод, что геометрическая модель, представленная в БН-исчислении, по сути, является организованным множеством точек, которые зависят от нескольких, связанных между собой, текущих параметров. Так однопараметрическим множеством точек в двумерном пространстве является линия, двухпараметрическим в трехмерном пространстве – поверхность, трехпараметрическим в четырехмерном пространстве – гиперповерхность, т.д.

С геометрической точки зрения, для обеспечения адекватности будущей модели, необходимо на стадии моделирования достаточно обеспечить моделирование геометрического объекта с наперед заданными условиями. Геометрически это достигается тем, что моделируемый объект проходит через наперед заданные точки. Т.е. если рассматривается однопараметрический процесс, то ему в соответствие ставится дуга кривой отклика, проходящей через наперед заданные точки. Подробнее о способе моделирования дуг кривых проходящих через наперед заданные точки можно познакомиться в работах автора и его учеников, например [4-5].

Чтобы получить геометрический объект, который соответствует двухпараметрическому процессу, необходимо упорядочить двухпараметрическое множество точек, которые соответствуют исходным данным эксперимента, и получить отсек поверхности отклика. Для реализации этой задачи в БН-исчислении был разработан специальный метод, получивший название метода подвижного симплекса [6-7].

Обобщая выше сказанное, получим, что для моделирования трёхпараметрического процесса, ему в соответствие ставится отсек гиперповерхности отклика, проходящий через наперед заданные точки и так далее. Таким образом, используя метод подвижного симплекса для создания геометрических объектов многомерного пространства по заданным условиям, можно моделировать многопараметрические процессы и явления любой степени сложности. Следует отметить, что конфигурация и способ моделирования геометрического объекта напрямую зависит от исходных данных моделирования.

Формулировка цели статьи

Показать преимущества использования геометрического моделирования процессов и явлений в строительной отрасли.

Основная часть

Рассмотрим пример моделирования зависимости предела прочности при сжатии мелкозернистого дегтебетона, зависящего от четырех параметров: вязкости дегтя, концентрации полимера в органическом вяжущем, концентрации активатора поверхности минерального порошка и температуры. В работе [8] эта была получена регрессионная модель искомой зависимости, анализ которой показал, что отклонения от исходных данных моделирования достигают 50-60%.

Здесь следует остановиться на существующей матрице планирования эксперимента. Дело в том, что при использовании регрессионного анализа значения факторов варьирования кодируется тремя значениями: -1, 0 и +1. С геометрической точки зрения, если речь идёт об однопараметрическом объекте, который соответствует однопараметрическому процессу, то задача сводится к определению дуги кривой проходящей через 3 точки. Точечные уравнения таких дуг, были получены в работе [4]. Следует отметить, что полученные точечные уравнения позволяют интерполировать эти 3 точки с помощью параболической, гиперболической и эллиптической дуги кривой, что, в свою очередь, позволяет подобрать такой вид дуги кривой, который отображает максимально точно и достоверно характер протекания процесса. При этом не зависимо от вида дуги кривой, свойство её прохождения через 3 наперёд заданные точки остаётся неизменным.

Если планируется провести эксперимент с изменением двух параметров, то кодируемых факторов варьирования будет 6: 3 для одного параметра и 3 для второго, а их комбинаций – 9. Т.е. геометрически задача сводится к определению отсека поверхности, которая проходит через 9 точек и определяется двумя параметрами. Обобщая такой подход, получим необходимое количество экспериментальных данных: для трёхпараметрического эксперимента – 27 и т.д.

Так в работе [8] было представлено необходимое количество измерений и натуральные значения варьируемых факторов. Поскольку исследовалась зависимость от 4-х параметров, то количество таких экспериментов было 81. Решая эту задачу с помощью геометрического моделирования в БН-исчислении, была получена последовательность аналитических зависимостей [1, 9] и составлен вычислительный алгоритм, который можно разбить на 4 этапа.

1. Определим 27 направляющих дуг отсеков поверхностей. Для экономии места приведем только первые 9 уравнений опорных дуг, которые соответствуют пределу прочности дёгтебетона при температуре 0°С. Остальные 18 уравнений будут аналогичными только соответствовать пределу прочности дёгтебетона при 20°С и 50°С.

$$\left[\begin{aligned}
&P_{52}^{0} = A_1^{52}\bar{u}(1-2u) + 4A_2^{52}\bar{u}u + A_3^{52}u(2u-1),\\
&Q_{52}^{0} = B_1^{52}\bar{u}(1-2u) + 4B_2^{52}\bar{u}u + B_3^{52}u(2u-1),\\
&R_{52}^{0} = C_1^{52}\bar{u}(1-2u) + 4C_2^{52}\bar{u}u + C_3^{52}u(2u-1),\\
&P_{130}^{0} = A_1^{130}\bar{u}(1-2u) + 4A_2^{130}\bar{u}u + A_3^{130}u(2u-1),\\
&Q_{130}^{0} = B_1^{130}\bar{u}(1-2u) + 4B_2^{130}\bar{u}u + B_3^{130}u(2u-1),\\
&R_{130}^{0} = C_1^{130}\bar{u}(1-2u) + 4C_2^{130}\bar{u}u + C_3^{130}u(2u-1),\\
&P_{208}^{0} = A_1^{208}\bar{u}(1-2u) + 4A_2^{208}\bar{u}u + A_3^{208}u(2u-1),\\
&Q_{208}^{0} = B_1^{208}\bar{u}(1-2u) + 4B_2^{208}\bar{u}u + B_3^{208}u(2u-1),\\
&R_{208}^{0} = C_1^{208}\bar{u}(1-2u) + 4C_2^{208}\bar{u}u + C_3^{208}u(2u-1),
\end{aligned}\right.$$

где $\bar{u} = 1-u$ – дополнение до единицы.

2. Определим 9 направляющих дуг отсеков гиперповерхности, которые одновременно являются образующими соответствующих отсеков поверхности, полученных в первом пункте данного алгоритма:

$$\left[\begin{aligned}
&M_{52}^{0} = P_{52}^{0}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{52}^{0}\bar{v}v + R_{52}^{0}v(2v-1),\\
&M_{130}^{0} = P_{130}^{0}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{130}^{0}\bar{v}v + R_{130}^{0}v(2v-1),\\
&M_{208}^{0} = P_{208}^{0}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{208}^{0}\bar{v}v + R_{208}^{0}v(2v-1),\\
&M_{52}^{20} = P_{52}^{20}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{52}^{20}\bar{v}v + R_{52}^{20}v(2v-1),\\
&M_{130}^{20} = P_{130}^{20}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{130}^{20}\bar{v}v + R_{130}^{20}v(2v-1),\\
&M_{208}^{20} = P_{208}^{20}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{208}^{20}\bar{v}v + R_{208}^{20}v(2v-1),\\
&M_{52}^{50} = P_{52}^{50}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{52}^{50}\bar{v}v + R_{52}^{50}v(2v-1),\\
&M_{130}^{50} = P_{130}^{50}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{130}^{50}\bar{v}v + R_{130}^{50}v(2v-1),\\
&M_{208}^{50} = P_{208}^{50}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{208}^{50}\bar{v}v + R_{208}^{50}v(2v-1),
\end{aligned}\right.$$

где $\bar{v} = 1-v$.

3. Определим 3 направляющие дуги кривой отсека гиперповерхности четырехмерного пространства, которые одновременно являются образующими соответствующих отсеков гиперповерхности, полученных во втором пункте данного алгоритма:

$$\left[\begin{aligned}
&N_{0} = M_{52}^{0}\bar{w}(1-2w) + 4M_{130}^{0}\bar{w}w + M_{208}^{0}w(2w-1),\\
&N_{20} = M_{52}^{20}\bar{w}(1-2w) + 4M_{130}^{20}\bar{w}w + M_{208}^{20}w(2w-1),\\
&N_{50} = M_{52}^{50}\bar{w}(1-2w) + 4M_{130}^{50}\bar{w}w + M_{208}^{50}w(2w-1),
\end{aligned}\right.$$

где $\bar{w} = 1-w$.

4. Определим образующую отсека гиперповерхности, которая зависит от четырех параметров u, v, w и t:

$$T = N_0\bar{t}(1-2t) + 4N_{20}\bar{t}t + N_{50}t(2t-1),$$

где $\bar{t} = 1-t$.

Таким образом, получим геометрический объект, принадлежащий 5-ти мерному пространству, который определяется 4-мя текущими параметрами и проходит через 81 точку, соответствующую исходным данным для моделирования.

Как видно из приведенных точечных уравнений, что имеют однотипную структуру, в которой меняются только точки, которые соответствуют исходным данным, и параметры. В данном случае была использована параболическая интерполяция сложной гиперповерхности, проходящей через 81 точку. Как было отмечено выше, инструментарий БН-исчисления располагает и другими точечными уравнениями дуг кривых, проходящими через наперед заданные точки, что позволяет использовать гиперболические, эллиптические и другие дуги кривых для интерполяции модели процесса. Т.е. фактически, геометрическое моделирование ограничивается исключительно исходными данными моделирования и даёт возможность создавать математические модели процессов и явлений любой степени сложности и с любым количеством переменных параметров. Главное условие – достаточное количество исходных (экспериментальных) данных. Так для 4-х параметрического процесса, пример которого приведен выше, при условии проведения параболической интерполяции необходимо располагать исходными данными в количестве 81, а для 3-х параметрического процесса, описанного параболической интерполяцией, в количестве – 27. С другой стороны, если проведение такого количества экспериментов для получения исходных данных является, по какой либо причине, не целесообразным, то можно использовать линейную интерполяцию, для которой достаточно иметь гораздо меньшее количество экспериментальных данных. Конечно, достоверность такой модели будет значительно ниже. С другой стороны, в предложенной математической модели использовалась существующая матрица планирования, в которой количество экспериментов относительно каждого параметра было равно трём. Таким образом, получилась зависимость необходимого количества исходных данных для моделирования n от количества параметров:

$$n = k^m,$$

где k – количество измерений, полученных для каждого параметра;

m – количество параметров.

Следует отметить, что данная зависимость справедлива исключительно для случая, когда количество экспериментов относительно каждого параметра является величиной постоянной, что достаточно часто встречается при исследовании и математическом моделировании физико-механических свойств строительных материалов. Но сам аппарат геометрического моделирования, реализованный в БН-исчислении, является универсальным и может создавать математические модели для любого количества экспериментальных измерений и любого количества параметров. При этом рост количества измерений приводит к увеличению порядка аппроксимирующей кривой, а рост количества параметров – к увеличению размерности пространства в котором рассматривается геометрический объект.

Рассмотрим другой пример построения модели процесса зависимости предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от двух параметров: напряженности электростатического поля и длительности электрообработки. Поскольку искомый результат моделирования является функцией двух параметров, то геометрически его можно представить в виде отсека поверхности, расположенного в трёхмерном пространстве.

Воспользуемся план-матрицей проведения эксперимента и значениями варьируемых факторов, которые представлены в работе [10]. В соответствии с план-матрицей, получаем 9 различных значений предела прочности при сжатии, которые соответствуют различным комбинациям значений напряженности электростатического поля и длительности электрообработки. Причём оба параметра в работе [10] представлены в кодированном (-1, 0, +1) и в натуральном значении.

Для построения такой поверхности будем использовать методом подвижного симплекса [6-7] и точечное уравнение параболы, проходящей через три наперед заданные точки [9]. Выделим из девяти имеющихся точек, которым соответствуют натуральные значения факторов варьирования три направляющих дуги, которые соответствуют длительности электрообработки 10 мин., 20 мин. и 30 мин. Точечные уравнения направляющих дуг, согласованные с помощью параметра u, будут иметь следующий вид:

$$M_{10} = A_1^{10}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{10}\bar{u}u + A_2^{10}u(2u-1),$$

$$M_{20} = A_1^{20}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{20}\bar{u}u + A_2^{20}u(2u-1),$$

$$M_{30} = A_1^{30}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{30}\bar{u}u + A_2^{30}u(2u-1),$$

где A_i^j – соответствует среднему значению параметра оптимизации при i-й напряженности электростатического поля и j-й длительности электрообработки, которые принимаются в соответствии с план-матрицей.

По этим направляющим параболическим дугам движется симплекс трёх точек M_{10}, M_{20} и M_{30}, в котором зададим образующую дугу параболы с помощью аналогичного точечного уравнения, но уже в зависимости от параметра v:

$$M = M_{10}\bar{v}(1-2v) + 4M_{20}\bar{v}v + M_{30}v(2v-1).$$

В результате получим небольшой вычислительный алгоритм, который определяется последовательностью точечных уравнений зависящих от двух параметров u и v, которые, в свою очередь, определяют поверхность, проходящую через девять наперед заданных точек, соответствующих исходным данным план-матрицы эксперимента. Причём, значению параметра u, который меняется в пределах от 0 до 1, соответствует напряженность электростатического поля, изменяющаяся от 1 кВ/см до 2 кВ/см, а значению параметра v, который также меняется в пределах от 0 до 1, соответствует длительность электрообработки, изменяющаяся от 10 мин. до 30 мин.

Выводы и перспективы последующих исследований

В статье рассмотрены достоинства и недостатки существующих методов математического и компьютерного моделирования, применяемые в строительной отрасли, а также показаны преимущества геометрического моделирования, реализованного в БН-исчислении, что обеспечивает полную адекватность полученных результатов моделирования, поскольку условие соответствия геометрического объекта исходным данным было изначально заложено на стадии моделирования.

Другим преимуществом предложенного метода, является возможность одновременного учёта влияния всех параметров на систему в целом за счёт увеличения размерности пространства, заложенного в основы БН-исчисления, что было не всегда возможно при использовании традиционных методов аналитического моделирования и приводило к необходимости использования компьютерного моделирования, которое, в свою очередь, имеет свои недостатки и ограничения.

Литература

1. Найдыш А.В., Конопацкий Е.В., Бумага А.И. Теоретические основы геометрического моделирования физико-механических свойств асфальтобетонов методами БН-исчисления. // Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету ім. Б.Хмельницького. Серія: Математика. Геометрія. Інформатика. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Т.1. – С.111-117.
2. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении: диссертация на соискание научной степени доктора технических наук: 05.01.01 / Балюба Иван Григорьевич – Макеевка: МИСИ, 1995. – 227 с.
3. Балюба И.Г., В.М.Найдыш Точечное исчисление: учебное пособие. – Мелитополь: МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. – 236 с.
4. Конопацький Є.В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша. Дис. … канд. техн. наук: 05.01.01. Конопацький Євген Вікторович. – Мелітополь, 2012. – 164 с.
5. Конопацький Є.В., Бумага А.І., Крисько О.А. Геометричне моделювання поверхні резервуару для зберігання нафтопродуктів з урахуванням недосконалостей методами БН-числення. // Матеріали ІІ-ї Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об’єкти інтелектуальної власності». Вип. 2. – К.: ДІЯ, 2013. – С.118-122.
6. Давыденко И.П. Конструирование поверхностей пространственных форм методом подвижного симплекса: Дис. … канд. техн. наук: 05.01.01. Давыденко Иван Петрович. – Макеевка, 2012. – 186 с.
7. Конопацький Є.В., Поліщук В.І. Теоретичні основи точкового визначення поверхонь зі змінним симплексом. // Наукові нотатки. Міжвузівський збірник. Вип. 22. Ч. 2. – Луцьк: ЛДТУ. – 2008. – С.276-281.
8. Ходун В.Н. Дёгтебетоны с комплексно-модифицированной микроструктурой: дис. … кандидата технических наук: 05.23.05 / Ходун Владимир Николаевич. – Макеевка, 1999. – 146 с.
9. Бумага А.І. Геометрична модель залежності фізико-механічних властивостей асфальтобетону від чотирьох параметрів у БН-численні / Бумага А.И.// Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б.Хмельницького. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Вип. 3. – С.28-33.
10. Мартынова Р.Б. Модифицированный неавтоклавный газополистиролбетон с повышенными физическими и механическими свойствами: дисс…. канд. техн. наук: Макеевка: ДонНАСА, 2012. – 197 с.

Конопацкий Е.В. Некоторые вопросы математического и компьютерного моделирования в строительстве. *В статье рассмотрены достоинства и недостатки существующих методов математического и компьютерного моделирования, применяемые в строительной отрасли, а также показаны преимущества геометрического моделирования, реализованного в БН-исчислении. Приведены примеры построения двух геометрических моделей процессов зависимости: предела прочности при сжатии мелкозернистого дегтебетона от четырех параметров: вязкости дегтя, концентрации полимера в органическом вяжущем, концентрации активатора поверхности минерального порошка и температуры, а также предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от двух параметров: напряженности электростатического поля и длительности электрообработки.*

Konopatskiy E.V. Some questions of mathematical and computer modeling in building. *The article examines the advantages and disadvantages of existing methods of mathematical and computer modeling used in the building industry, as well as the advantages of geometric modeling implemented in the BN-calculation. Examples of the construction of two geometric models of processes depending on: the compressive strength of fine tarmacadam on four parameters: viscosity of the tar, the polymer concentration in an organic binder, a surface activator concentration of mineral powder and temperature, as well as the strength of the compressive samples of aerated concrete after TWT on two parameters: electrostatic field strength and duration of the electric treatment.*

Статья поступила в редакцию 20.05.2016
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук В.Н. Павлышом