

УДК 621.376.57

## Исследование использования дельта-преобразований для определения местоположения беспилотного летательного аппарата

Л.В. Пирская, П.П. Кравченко  
Южный федеральный университет  
lpirskaya@sfedu.ru, kravchenkopp@sfedu.ru

*Пирская Л.В., Кравченко П.П. Исследование использования дельта-преобразований для определения местоположения беспилотного летательного аппарата. В работе рассматриваются возможности решения задачи определения местоположения беспилотного летательного аппарата (БПЛА) специализированным вычислительным устройством. В постановке задачи рассматривается определение координат БПЛА на основе координат расположенных на относительно близком расстоянии от начала локальной системы координат групп четверок маяков и дальности от БПЛА до маяков. На основании имеющихся данных для каждой группы формируется в стандартном для дальномерной навигации система четырех уравнений, которая преобразовывается к СЛАУ третьего порядка. Решение данной СЛАУ с непрерывными переменными свободными членами определяет координаты БПЛА. В работе рассмотрены особенности алгоритмизации решения задачи определения местоположения БПЛА при наземной подготовке предложенного задания и решении задачи на борту БПЛА в режиме реального времени. Проведено исследование возможности использования дельта-преобразований второго порядка для решения СЛАУ в поставленной задаче на различных примерах размещения маяков. Полученные результаты экспериментов с использованием компьютерного моделирования подтверждают возможность получения решения СЛАУ за одну итерацию в установившемся процессе с временным шагом, представляющим практический интерес, а начало установившегося процесса обеспечивается на достаточно большой удаленности от начала координат.*

**Ключевые слова:** Определение координат БПЛА, решение СЛАУ, дельта-преобразование второго порядка, бортовое специализированное вычислительное устройство.

### Введение

В настоящее время задача проектирования бортовых высокоточных интегрированных систем управления и навигации беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) является одной из современных перспективных задач научно-исследовательского и инженерно-технического характера. Решение бортовой задачи локальной навигации, в частности, определение координат БПЛА, осуществляется в режиме реального времени в условиях одновременного выполнения других бортовых задач при определенном временном шаге дискретизации процессов управления [1,2]. В связи с этим весьма актуальной является проблема минимизации временных и аппаратных затрат для решения поставленной задачи в пределах временного шага, а также обеспечение минимальной задержки решения относительно начала временного шага, что связано с ограничением влияния задержки на ошибку управления. Для решения задач с ограничениями отмеченного характера возможности

высокопроизводительных вычислителей общего назначения ограничены.

Таким образом, возникает необходимость в создании специализированного вычислительного устройства, которое должно обеспечивать высокопроизводительное и экономичное по аппаратным затратам решение задачи локальной навигации, и в частности, определение местоположения БПЛА в реальном масштабе времени. Для решения данной задачи возможно использовать во многих случаях для вычисления координат БПЛА не только итерационные методы (например, метод наименьших квадратов, который является стандартом в приемниках спутниковых навигационных систем), но и конечных алгебраических методов, основанных на приведении системы навигационных уравнений к системе линейных алгебраических уравнений и имеющих существенно более низкую трудоемкость реализации. В рамках данной работы рассматривается возможность построения специализированного вычислительного устройства на основе использования дельта-

преобразований, позволяющих при использовании итерационного метода решения СЛАУ организовывать вычислительный процесс с исключением операций многоразрядного умножения и с получением результата за одну итерацию установившегося процесса [3-8]. Предварительные исследования [7-8] показали преимущества данного подхода по длительности выполнения одной итерации и итерационного процесса в целом по сравнению с реализацией известного метода «простой итерации» [9-12] примерно в 1,7 раза. При проектировании данного специализированного устройства с использованием ПЛИС особенности алгоритмического обеспечения позволяют достигать наиболее высоких качественных показателей производительности при минимизированных затратах ресурсов (оборудования) по сравнению с известными [13-14].

С точки зрения эффективного использования ресурсов бортовых вычислительных средств представляет интерес такая организация вычислительного процесса, когда обработка информации на уровне одной итерации выполняется с достаточной точностью, высоким быстродействием и с предельно большим временным шагом. В таких условиях возможно предъявление наиболее низких требований по частоте формирования данных, характеризующих изменяющиеся свободные члены СЛАУ (например, частоте формирования расстояний от БПЛА до маяков локальной системы навигации [1,2]), а также к производительности вычислительных средств с учетом возможности одновременной реализации других алгоритмов и программ. Актуальность эффективного решения СЛАУ даже невысоких порядков в рассматриваемых условиях резко возрастает, когда необходимо одновременно решать большое количество СЛАУ, что имеет место при использовании маяковой системы локальной навигации с одновременным решением задачи обеспечения целостности [15].

Таким образом, целью работы является исследование вопросов проектирования высокопроизводительных экономичных по аппаратным ресурсам специализированных вычислителей для одновременного решения большого количества СЛАУ на основе дельта-преобразований второго порядка, соответствующих задаче определения местоположения БПЛА с использованием четырех маяков.

### **Постановка задачи определения местоположения БПЛА**

Одна из задач определения местоположения БПЛА базируется на

использовании нескольких разнесенных в пространстве маяков, расположенных на относительно близком расстоянии от начала локальной системы координат. Бортовой вычислитель получает значения дальностей от БПЛА до маяков. На основании имеющихся координат маяков и полученных дальностей можно сформировать навигационные определения в стандартном для дальномерных навигационных систем виде [16]:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 = D_i^2, \quad (1)$$

где  $x, y, z$  – координаты БПЛА;  $(x_i, y_i, z_i)$  – координаты  $i$ -го маяка в выбранной системе координат;  $D_i$  – дальность до  $i$ -го маяка. Решение системы уравнений для всех маяков позволяет определить местоположения БПЛА  $(x, y, z)$  в пространстве.

Решение данной задачи на борту БПЛА включает 2 этапа.

Первым этапом является определение текущих координат БПЛА путем решения систем уравнений, каждое из которых базируется на данных размещения соответствующих этой системе четырех маяков и дальностей БПЛА до этих маяков.

Вторым этапом является решение задачи целостности, обеспечивающей достоверность получаемых результатов с учетом возможных нарушений в работе маяков. Исходными данными для задачи целостности являются формируемые множественные значения координаты БПЛА, полученные на первом этапе. Для успешного решения данной задачи необходимо использование большого количества групп маяков, позволяющих независимо формировать по каждой группе координаты БПЛА. В работе, собственно, решение задачи целостности не рассматривалось.

### **Определение местоположения БПЛА с использованием четырех маяков**

В постановке задачи рассматриваются:

- координаты четырех маяков в декартовой системе координат:  $(X_1, Y_1, Z_1)$ ,  $(X_2, Y_2, Z_2)$ ,  $(X_3, Y_3, Z_3)$ ,  $(X_4, Y_4, Z_4)$ ; данные координаты формируются при установке маяков путем выполнения измерений на местности;

- расстояния от каждого маяка до БПЛА:  $D_1, D_2, D_3, D_4$ ; данные координаты формируются в полете с использованием специальной бортовой аппаратуры.

Необходимо определить координаты  $X_p, Y_p, Z_p$  БПЛА.

В соответствии с (1) квадраты расстояний от 4-х маяков до БПЛА имеют вид:

$$\begin{cases} (X_p - X_1)^2 + (Y_p - Y_1)^2 + (Z_p - Z_1)^2 = D_1^2 \\ (X_p - X_2)^2 + (Y_p - Y_2)^2 + (Z_p - Z_2)^2 = D_2^2 \\ (X_p - X_3)^2 + (Y_p - Y_3)^2 + (Z_p - Z_3)^2 = D_3^2 \\ (X_p - X_4)^2 + (Y_p - Y_4)^2 + (Z_p - Z_4)^2 = D_4^2 \end{cases}$$

Раскрываем скобки и получаем:

$$\begin{cases} X_p^2 - 2X_pX_1 + X_1^2 + Y_p^2 - 2Y_pY_1 + Y_1^2 + Z_p^2 - \\ X_p^2 - 2X_pX_2 + X_2^2 + Y_p^2 - 2Y_pY_2 + Y_2^2 + Z_p^2 - \\ X_p^2 - 2X_pX_3 + X_3^2 + Y_p^2 - 2Y_pY_3 + Y_3^2 + Z_p^2 - \\ X_p^2 - 2X_pX_4 + X_4^2 + Y_p^2 - 2Y_pY_4 + Y_4^2 + Z_p^2 - \end{cases}$$

В рамках данной работы с целью создания более благоприятных условий для формирования нормы достаточной ограниченности переход к СЛАУ третьего порядка предлагается осуществлять путем следующей последовательности вычитаний: (2.1)-(2.2), (2.2)-(2.3), (2.3)-(2.4). В результате получаем:

$$\begin{cases} 2X_p(X_2 - X_1) + 2Y_p(Y_2 - Y_1) + 2Z_p(Z_2 - Z_1) = \\ 2X_p(X_3 - X_2) + 2Y_p(Y_3 - Y_2) + 2Z_p(Z_3 - Z_2) = \\ 2X_p(X_4 - X_3) + 2Y_p(Y_4 - Y_3) + 2Z_p(Z_4 - Z_3) = \\ \begin{cases} = D_1^2 - D_2^2 + X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2 - X_1^2 - Y_1^2 - Z_1^2 \\ = D_2^2 - D_3^2 + X_3^2 + Y_3^2 + Z_3^2 - X_2^2 - Y_2^2 - Z_2^2 \\ = D_3^2 - D_4^2 + X_4^2 + Y_4^2 + Z_4^2 - X_3^2 - Y_3^2 - Z_3^2 \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

Сходимость итерационного решения СЛАУ обеспечивается в соответствии с условиями для метода простой итерации [9-12], которые формируются на основе данных о размещении маяков.

Преобразуем (3) к виду:

$$\begin{cases} (X_2 - X_1)X_p + (Y_2 - Y_1)Y_p + (Z_2 - Z_1)Z_p = \\ (X_3 - X_2)X_p + (Y_3 - Y_2)Y_p + (Z_3 - Z_2)Z_p = \\ (X_4 - X_3)X_p + (Y_4 - Y_3)Y_p + (Z_4 - Z_3)Z_p = \\ \begin{cases} = \frac{1}{2}(D_1^2 - D_2^2 + X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2 - X_1^2 - Y_1^2 - Z_1^2) \\ = \frac{1}{2}(D_2^2 - D_3^2 + X_3^2 + Y_3^2 + Z_3^2 - X_2^2 - Y_2^2 - Z_2^2) \\ = \frac{1}{2}(D_3^2 - D_4^2 + X_4^2 + Y_4^2 + Z_4^2 - X_3^2 - Y_3^2 - Z_3^2) \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

Далее для определения координат  $(X_p, Y_p, Z_p)$  БПЛА необходимо решать полученную систему уравнений (4) относительно  $X_p, Y_p, Z_p$ .

### Особенности решения задачи определения местоположения БПЛА

В решении задачи определения местоположения БПЛА имеет место два этапа:

наземная подготовка предложенного задания: при этом выполняются все математические преобразования, которые могут минимизировать алгоритм по вычислительной трудоемкости при решении задачи на борту БПЛА, а также определяются те группы маяков по четыре, которые соответствуют условиям обеспечения сходимости [9-12];

решение на борту подготовленной на земле задачи в обстановке реального времени.

В условиях наземной подготовки целесообразно устанавливать  $n \gg 4$  маяков, что как было отмечено в разделе 1, связано в первую очередь с обеспечением эффективного решения задачи целостности.

Число сочетаний из  $n$  маяков по  $m$  вычисляется по формуле:

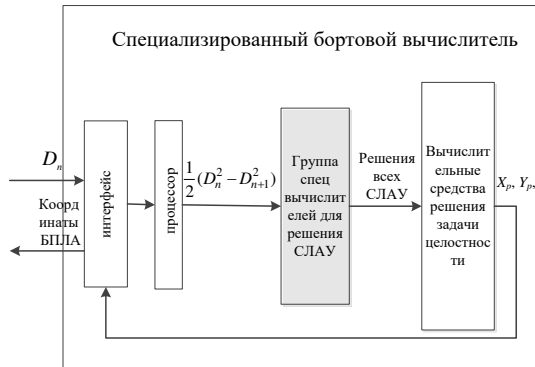
$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Предположим, что установлено  $n=8$  маяков, тогда число сочетаний данных маяков применительно к данному алгоритму будет составлять  $C_8^4 = 70$ , но использование всех комбинации не обязательно.

В рамках данной работы рассматриваются возможности одновременного (параллельного) решения множества СЛАУ для 4-х маяков на основе специализированного вычислителя с алгоритмизацией решения на базе дельта-преобразований второго порядка [7-8].

На рисунке 1 представлена укрупненная структурная схема специализированного бортового вычислителя, отражающая особенности возможной реализации решения задачи определения местоположения БПЛА, где в виде заштрихованного блока представлена группа специализированных вычислителей для решения СЛАУ на основе дельта-преобразований второго порядка и переменного кванта,  $D_n$  - расстояния от каждого  $n$ -ого маяка до БПЛА.

В бортовой вычислитель при наземной подготовке загружаются разности координат маяков и значения известных сумм квадратов свободных членов системы (4). В полете в режиме реального времени на универсальный бортовой вычислитель (процессор на рисунке 1) поступают значения дальностей  $D_1^2, D_2^2, D_3^2, D_4^2$ , и далее в представленном на рисунке 1 заштрихованном блоке осуществляется решение СЛАУ на основе алгоритма дельта-преобразований второго порядка [7-8].



3

4 Рисунок 1 - Укрупненная структурная схема специализированного бортового вычислителя.

### Алгоритм решения СЛАУ с использованием дельта-преобразований второго порядка и переменного кванта

Рассмотрим решение СЛАУ, содержащую матрицу постоянных коэффициентов и в общем случае переменные свободные члены, удовлетворяющую условиям сходимости для метода простой итерации [9-12], и имеющую вид:

$$BY^*(t) = G(t). \quad (5)$$

Преобразуем систему:

$$Y^*(t) = AY^*(t) + D(t).$$

Переходим к форме записи с введением невязки  $z(t)$  и использованием итерационного метода:

$$z(t) = Y(t) - AY(t) - D(t). \quad (6)$$

В приведенных системах  $B = [b_{ij}]$ ,  $A = [b_{ij} / b_{rr}]$  - матрицы коэффициентов размерности  $n \times n$ ;  $G(t)$ ,  $D(t)$  - вектор-столбцы свободных членов системы (в частном случае для системы с постоянными свободными членами  $G(t) = G = [g_r]$ ,  $D(t) = D = [g_r / b_{rr}]$ );  $Y^*(t)$  - вектор-столбец неизвестных системы;  $z(t)$ ,  $Y(t)$  - вектор-столбцы невязок и приближенных значений неизвестных;  $t$  - независимая переменная;  $\det A \neq 0$ .

Алгоритм (7) параллельного решения СЛАУ (5) с использованием дельта-преобразования второго порядка и переменного кванта представим в следующей разностной форме для  $i$ -го шага при начальных условиях  $Y_{r01} = 0$ ,  $\nabla Y_{r01} = 0$ ,  $z_{r01} = -D_{r01}$ ,  $\nabla z_{r01} = -\nabla D_{r01}$ ,  $r = \overline{1, n}$  [3, 7-8]:

- демодуляция:

$$\nabla^2 Y_{ril} = c_l^* \Delta_{ril}; \quad (7.1)$$

$$\nabla Y_{ril} = \nabla Y_{r(i-1)l} + \nabla^2 Y_{ril}; \quad (7.2)$$

$$Y_{ril} = Y_{r(i-1)l} + \nabla Y_{ril}; \quad (7.3)$$

$$r = \overline{1, n}, i = 1, 2, \dots, R_l, l = 1, 2, \dots, P;$$

- формирование второй разности преобразуемой переменной:

$$\nabla^2 y_{ril} = \sum_{j=1, (j \neq r)}^n a_{rj} c_l^* \Delta_{jil} + \nabla^2 D_{ril}; \quad (7.4)$$

- формирование значений невязок:

$$\nabla^2 z_{ril} = \nabla^2 Y_{ril} - \nabla^2 y_{ril}; \quad (7.5)$$

$$\nabla z_{ril} = \nabla z_{r(i-1)l} + \nabla^2 z_{ril}; \quad (7.6)$$

$$z_{ril} = z_{r(i-1)l} + \nabla z_{ril}; \quad (7.7)$$

- формирование значений переключающих функций и знаков квантов вторых разностей:

$$F_{ril} = z_{ril} + 1.5 \nabla z_{ril} + (0.5 \nabla z_{ril}^2 / c_l - 0.125 c_l) \text{sign}(\nabla z_{ril}); \quad (7.8)$$

$$\Delta_{r(i+1)l} = -\text{sign} F_{ril}; \Delta_{ril} \in \{+1, -1\}, \quad (7.9)$$

В алгоритме (7)  $c_l^*$  - вес модуля кванта преобразования на  $l$ -ом итерационном цикле ( $c_l^* > 0$ ),  $P$  - количество циклов, выполняемых при постоянных по модулю значениях квантов,  $R_l$  - количество итераций в цикле. Кроме того, для стыков участков соседних циклов при решении СЛАУ с переменными свободными членами используются соотношения:  $Y_{r0l} = Y_{rR(l-1)}$ ;

$$z_{r0l} = z_{rR(l-1)}.$$

Сущность процесса решения системы (5) на основе алгоритма (7) состоит в том, что задаются начальные условия  $Y_{r0}$ ,  $\nabla Y_{r0}$ ,  $D_{r0}$ ,  $\nabla D_{r0}$ ,  $r = \overline{1, n}$  (в частном случае, например,  $Y_{r0} = 0$ ,  $\nabla Y_{r0} = 0$ , тогда, соответственно,  $z_{r0} = -D_{r0}$ ,  $\nabla z_{r0} = -\nabla D_{r0}$ ,  $r = \overline{1, n}$ ) и организуется итерационный (переходный) процесс решения до вхождения в установившийся процесс, когда  $|z_{riP}| \leq z_{steady}$ ,  $z_{steady} > 0$ ,  $r = \overline{1, n}$ , где  $z_{steady}$  - достаточно малые, соответствующие обеспечению заданной точности решения системы величины. Дискретные значения  $D_{ri}$ ,  $r = \overline{1, n}$ ,  $i = 1, 2, \dots$  в алгоритме (7) предполагаются численно определенными на каждом шаге [3].

В работах [7-8] разработаны целочисленные оценки параметров алгоритма (7), определяющие способ задания последовательности значений переменных квантов в циклах. Предложены следующие соотношения для квантов соседних циклов ( $s$  - степень минимального кванта,  $s \in N$ ):

$$\text{для } R_{\text{int},1} = 4 \quad c_{P_{\text{int},1}-l}^* = 2^{2(l-1)-s}, \quad l = \overline{P_{\text{int},1}, 1};$$

$$\text{для } R_{\text{int},2} = 8 \quad c_{P_{\text{int},2}-l}^* = 2^{3(l-1)-s}, \quad l = \overline{P_{\text{int},2}, 1}$$

В работах [7-8] введены и теоретически обоснованы эффективные условия окончания итерационного процесса в текущем цикле алгоритма (7):

$$\begin{aligned} \operatorname{sign}\left(\frac{z_{r(i+1)l}}{c_l^*}\right) &= -\operatorname{sign}\left(\frac{z_{ril}}{c_l^*}\right), \\ \operatorname{sign}\left(\frac{|z_{ril}|}{c_l^*}\right) &= -\operatorname{sign}\left(\frac{|z_{ril}|}{c_l^*}\right) - \operatorname{sign}\left(\frac{|z_{ril}|}{c_l^*}\right) \cdot \frac{|z_{ril}|}{c_l^*}; \\ r &= \overline{1, n}, \quad i = 1, 2, \dots, R_l; \quad l = 1, 2, \dots, P. \end{aligned}$$

### **Исследование использования дельта-преобразований второго порядка для решения СЛАУ в задаче определения местоположения БПЛА**

Проводилось исследование использования дельта-преобразований второго порядка для решения СЛАУ в задаче определения местоположения БПЛА на различных примерах размещения маяков. Особое внимание уделялось высоте расположения маяков, так как с уменьшением этих высот в большей мере проявляется влияние возмущений на ошибку итерационного процесса на каждом шаге.

Кроме того, исследование проводилось с учетом двух возможных способов организации вычислительного процесса:

1. Значения текущих дальностей поступают на каждом текущем шаге как переходного, так и установившегося процессов; длительность всех шагов (итераций) фиксирована.

2. Первый временной шаг решения используется для реализации переходного процесса при фиксированных, соответствующих этому шагу времени значениях дальностей (данный режим реализуется при наличии возможности передачи для данной задачи необходимых вычислительных ресурсов на шаге). После завершения данного переходного процесса продолжается решение на последующих временных шагах с реализацией одной итерации на каждом из этих шагов. Предполагается автоматическое выявление момента завершения переходного процесса и формирование соответствующего признака в решении задачи управления БПЛА по установлению наименьшего значения кванта преобразования.

Следует обратить внимание на то, что в основе организации вычислительного процесса по второму способу реализуются переходные процессы, которые по критерию сходимости соответствуют рассмотренным в [9-12] положениям. В случае использования данного способа организации переходного процесса при работе с переменными свободными членами представляются возможности сокращения количества временных шагов решения (но не

количества итераций).

Исследование использования дельта-преобразований второго порядка для решения СЛАУ в задаче определения местоположения БПЛА будем рассматривать на отдельных группах маяков по четыре на двух типах задач. Первая задача – определение координат при большой начальной высоте БПЛА и большой скорости, вторая задача – при посадке БПЛА.

В первом типе задач рассмотрены три варианта расположения 4-х маяков:

(-200, -400, 20), (450, -100, 120), (120, 400, 170), (-100, 450, 420); (8)

(-200, -400, 5), (450, -100, 25), (120, 400, 0), (-100, 450, 25); (9)

(100, -40, 1), (150, -100, 0), (10, 400, 0), (-15, 450, 10). (10)

Вариант (8) отличается от варианта (9) значительным снижением высоты расположения маяков. Вариант (10) имеет отличный вариант расположения маяков в плоскости ХОУ, а также имеет предельно низкие высоты маяков.

Начальная высота БПЛА составляет  $H_0 = 17000$  м., скорость  $V_1 = 700$  м/с и  $V_2 = 300$ , угол к поверхности земли  $60^\circ$ .

Решение всех СЛАУ, соответствующих представленным выше координатам маяков и составленным по системе (4), осуществлялось при обеспечении одинаковой точности  $2^{-14}$ , характеризующейся значением 0,25 м.

В таблицах 1, 2 представлены результаты, характеризующие временные шаги  $\nabla t_2$  и высоту  $H_2$  в метрах при использовании алгоритма на базе дельта-преобразований второго порядка [7-8]. Параметр  $H_2$  отражает высоту, начиная с которой обеспечивается решение СЛАУ за одну итерацию в установившемся процессе с заданной одинаковой максимальной точностью решения для трех вариантов расположения маяков (8), (9), (10). В таблице 1 организация вычислительного процесса осуществлялась на основе первого способа, в таблице 2 – на основе второго способа. В таблицах 1, 2 в скобках обозначены номера описаний координат расположения маяков (8), (9), (10).

Таблица 1. Результаты экспериментов решения СЛАУ задачи определения местоположения БПЛА на основе первого способа организации вычислительного процесса.

| $\nabla t_2$ | Высота БПЛА для дельта-преобразований второго порядка, $H_2$ |      |      |                 |      |      |
|--------------|--------------------------------------------------------------|------|------|-----------------|------|------|
|              | $V_1 = 700$ м/с                                              |      |      | $V_1 = 300$ м/с |      |      |
|              | (8)                                                          | (9)  | (10) | (8)             | (9)  | (10) |
| 0,00         | 1635                                                         | 1587 | 1550 | 1684            | 1627 | 1651 |
| 5            | 7                                                            | 7    | 7    | 5               | 7    | 0    |
| 0,01         | 1570                                                         | 1355 | 1476 | 1660            | 1601 | 1562 |
|              | 7                                                            | 9    | 4    | 0               | 0    | 8    |

|           |           |           |      |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|
| 0,02<br>5 | 1436<br>3 | 1101<br>8 | 9652 | 1539<br>7 | 1384<br>7 | 1434<br>2 |
| 0,05      | 1030<br>8 | 3249      | -    | 1486<br>8 | 1221<br>8 | 1172<br>2 |
| 0,07<br>5 | 7723      | -         | -    | 1361<br>0 | 6730      | 1032<br>2 |
| 0,1       | -         | -         | -    | 1210<br>5 | 6084      | 4088      |

Таблица 2. Результаты экспериментов решения СЛАУ задачи определения местоположения БПЛА на основе второго способа организации вычислительного процесса

| $\nabla t_2$ | Высота ЛА для дельта-преобразований второго порядка, $H_2$ |           |           |                 |           |           |
|--------------|------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|-----------|
|              | $V_1 = 700$ м/с                                            |           |           | $V_1 = 300$ м/с |           |           |
|              | (8)                                                        | (9)       | (10)      | (8)             | (9)       | (10)      |
| 0,00<br>5    | 1670<br>5                                                  | 1635<br>8 | 1663<br>2 | 1693<br>8       | 1684<br>3 | 1695<br>1 |
| 0,01         | 1586<br>8                                                  | 1288<br>7 | 1564<br>4 | 1673<br>8       | 1661<br>5 | 1669<br>2 |
| 0,02<br>5    | 9914                                                       | 6630      | 9494      | 1566<br>7       | 1544<br>6 | 1539<br>7 |
| 0,05         | -                                                          | -         | -         | 1179<br>0       | 9830      | 1133<br>2 |
| 0,07<br>5    | -                                                          | -         | -         | 5424            | 5705      | 4433      |

Анализ полученных в таблицах 1, 2 данных показывает, что при решении СЛАУ на базе дельта-преобразований второго порядка обеспечивается установившийся процесс и решение СЛАУ за одну итерацию уже на достаточно большой высоте по отношению к начальной с представляющим интерес для практического использования временным шагом  $\nabla t_2$ . При этом предполагается, что получение результата для всех уравнений системы осуществляется в пределах  $\sim 10$  тактов при реализации алгоритма в специализированном вычислителе на базе ПЛИС. Организация вычислительного процесса как первым, так и вторым способом показывает в значительной мере схожие результаты, однако наблюдается преимущество использования второго способа при расположении маяков в большей близости к поверхности земли.

Для управления БПЛА могут быть взяты вычисляемые координаты после начала установившегося процесса, то есть, начиная с высоты  $H_2$ .

Во втором типе задач (при посадке БПЛА) рассмотрены следующие варианты расположения 4-х маяков:

$$(100, -40, 1), (150, -100, 0), (10, 400, 0), (-15, 450, 10). \quad (11)$$

$$(100, -40, 5), (150, -100, 25), (10, 400, 0),$$

$$(-15, 450, 25). \quad (12)$$

Принимаем также: начальная высота БПЛА  $H_0 = 200$  м/с, скорость м/с, угол к поверхности земли  $4^\circ$ .

В таблице 3 представлены результаты, характеризующие временные шаги  $\nabla t_2$  и высоту  $H_2$  в метрах при использовании алгоритма на базе дельта-преобразований второго порядка [7-8] для первого и второго способов организации вычислительного процесса. Параметр  $H_2$  отражает высоту, начиная с которой обеспечивается решение СЛАУ за одну итерацию в установившемся процессе с заданной одинаковой максимальной точностью решения  $2^{-13}$  (характеризующейся значением 0,12 м.) для двух вариантов размещения маяков (11), (12).

Таблица 3. Результаты экспериментов решения СЛАУ задачи определения местоположения БПЛА (при посадке БПЛА).

| $\nabla t_2$ | Высота БПЛА для дельта-преобразований второго порядка, $H_2$   |      |                                                                |      |
|--------------|----------------------------------------------------------------|------|----------------------------------------------------------------|------|
|              | на основе первого способа организации вычислительного процесса |      | на основе второго способа организации вычислительного процесса |      |
|              | (11)                                                           | (12) | (11)                                                           | (12) |
| 0,005        | 155                                                            | 169  | 192                                                            | 196  |
| 0,01         | 115                                                            | 124  | 183                                                            | 194  |
| 0,025        | 30                                                             | 17   | 148                                                            | 191  |
| 0,05         |                                                                |      | 103                                                            | 159  |
| 0,75         |                                                                |      |                                                                | 111  |
| 0,1          |                                                                |      |                                                                | 20   |

Анализ полученных результатов, представленных в таблице 3, показывает, что при решении задачи определения местоположения БПЛА при посадке, вычислительный процесс целесообразно организовать на основе второго способа. При этом первый временной шаг решения реализуется при фиксированных значениях дальностей. После завершения переходного процесса осуществляется решение на очередном временном шаге с реализацией одной итерации. Установившийся процесс начинается с момента использования наименьшего значения кванта преобразования. Для управления БПЛА могут быть использованы вычисляемые координаты после начала установившегося процесса, начиная с высоты  $H_2$ .

В исследованиях рассматривалось решение СЛАУ без учета ошибок в оценке координат расположения маяков и измерения дальностей, вопросы целостности не рассматривались.

## Заклучение

В работе рассмотрены особенности алгоритмизации решения задачи определения местоположения БПЛА с использованием четырех маяков при наземной подготовке предложенного задания, в которых описаны все математического преобразованиями, необходимые для применения итерационных методов в целом, и в частности, для использования методов и алгоритмов на основе дельта-преобразований. Кроме того, в работе представлены особенности решения задачи на борту летательного аппарата в режиме реального времени с использованием дельта-преобразований, позволяющие реализовать высокопроизводительный экономичный по аппаратным ресурсам специализированный вычислитель для одновременного решения большого количества СЛАУ на основе дельта-преобразований второго порядка.

В работе проведено исследование вопросов проектирования высокопроизводительных экономичных по аппаратным ресурсам специализированных вычислителей для одновременного решения большого количества СЛАУ на основе дельта-преобразований второго порядка, которое показало, что использование оптимизированных дельта-преобразований второго порядка представляет возможность решения СЛАУ с переменными свободными членами на каждом временном шаге установившегося процесса за одну итерацию. Полученные результаты экспериментов с использованием компьютерного моделирования подтверждают возможности оперирования с практически значимыми временными шагами работы системы при достаточно большой удаленности начала установившегося процесса от начала координат.

Одним из перспективных направлений дальнейших исследований является исследование возможности эффективной реализации бортовых специализированных средств для решения СЛАУ в определении координат ЛА на основе разработанных методов и алгоритмов с использованием дельта-преобразований второго порядка на основе ПЛИС.

## Литература

1. Барабанов О.О., Барабанова Л.П. Математические задачи дальноммерной навигации. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 272 с.
2. Скрыпник, О.Н. Радионавигационные системы воздушных судов: Учебник/ О.Н. Скрыпник. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 348 с.
3. Кравченко П.П. Оптимизированные дельта-преобразования второго порядка. Теория и применение. Монография. – М: Радиотехника, 2010. – 288 с.

4. Кравченко П.П., Пирская Л.В. Итерационный метод решения систем линейных алгебраических уравнений, исключаящий операцию многоразрядного умножения // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2014. – № 7 (156). – С. 214-224.
5. Pirskeya, L.V. Iterative Algorithm for Solving of Linear Algebraic Equations Systems without Multi-bit Multiplication Operation // Engineering and Telecommunication (EnT), 2014 International Conference on. – IEEE, 2014. – P. 87 – 91.
6. Kravchenko P.P., Pirskeya L.V. The method of organizing the iterative process of the system of the linear algebraic equations solution excluding the multidigit multiplication operation// Biosciences Biotechnology Research Asia December. – 2014. – Vol. 11(3). – P.1831-1839.
7. Кравченко П.П., Пирская Л.В. Метод организации итерационного решения систем линейных алгебраических уравнений с использованием дельта-преобразований второго порядка // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 6 (167). – С. 57-71.
8. Kravchenko P.P., Pirskeya L.V., Khusainov N. Sh. Algorithm of iterative solution of linear algebraic equations systems based on the second order delta-transformation for specialized computers of real-time systems// Biosciences Biotechnology Research Asia December. – 2015. – Vol. 11(Spl. Edn. 2). – P. 279-289.
9. Березин, И.С. Методы вычислений, том 2. - М.: Наука, 1966. – 632 с.
10. Самарский, А.А. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
11. Фаддеев, Д. К. Фаддеева. В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры, 4-е изд., стереотип. - СПб.: Лань, 2009. – 734 с.
12. Greenbaum, A. Iterative Methods for Solving Linear Systems. – Philadelphia, PA. SIAM, 1997. – 220 p.
13. Yang H., Ziavras S.G. FPGA-based vector processor for algebraic equation solvers // IEEE International SOC Conference. – IEEE, 2005. – P. 115-116.
14. Zhang W., Betz V., Rose J. Portable and Scalable FPGA-Based Acceleration of a Direct Linear System Solver // ACM Transactions on Reconfigurable Technology and Systems (TRETs). – 2012. – Vol. 5, №1. – Article 6.
15. Хусаинов Н.Ш., Кравченко П.П., Лутай В.Н., Тарасов С.А., Щербинин В.В. Системы радионавигации современных и перспективных летательных аппаратов. Ч. 1. Методы определения местоположения и автономный контроль целостности: Монография. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2015. – 118 с.
16. Шебшаевич, В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. – М.: Радио и

связь, 1993. – 408 с.

**Пирская Л.В., Кравченко П.П. Исследование использования дельта-преобразований для определения местоположения беспилотного летательного аппарата.** В работе рассматриваются возможности решения задачи определения местоположения беспилотного летательного аппарата (БПЛА) специализированным вычислительным устройством. В постановке задачи рассматривается определение координат БПЛА на основе координат расположенных на относительно близком расстоянии от начала локальной системы координат групп четверок маяков и дальности от БПЛА до маяков. На основании имеющихся данных для каждой группы формируется в стандартном для дальномерной навигации система четырех уравнений, которая преобразовывается к СЛАУ третьего порядка. Решение данной СЛАУ с непрерывными переменными свободными членами определяет координаты БПЛА. В работе рассмотрены особенности алгоритмизации решения задачи определения местоположения БПЛА при наземной подготовке предложенного задания и решении задачи на борту БПЛА в режиме реального времени. Проведено исследование возможности использования дельта-преобразований второго порядка для решения СЛАУ в поставленной задаче на различных примерах размещения маяков. Полученные результаты экспериментов с использованием компьютерного моделирования подтверждают возможность получения решения СЛАУ за одну итерацию в установившемся процессе с временным шагом, представляющим практический интерес, а начало установившегося процесса обеспечивается на достаточно большой удаленности от начала координат.

**Ключевые слова:** Определение координат БПЛА, решение СЛАУ, дельта-преобразование второго порядка, бортовое специализированное вычислительное устройство.

**Pirskaya L.V., Kravchenko P.P. Research on use delta-transformations to determine the position of unmanned aircraft.** The paper considers the possibility of solving the problem of determining the location of an unmanned aerial vehicle (UAV) using specialized computing device. The mission statement addresses the determination of the coordinates of UAV based on the coordinates located at a relatively short distance from the start of the local coordinate system of groups of fours beacons and range from the UAV to the beacons. Based on the available data for each group is formed in the standard navigation system rangefinder four equations, which is converted to the third-order linear systems. The solution of this linear systems with continuous variables constant terms determines the coordinates of the UAV. The paper discusses the features of algorithmization solve the problem of determining the location of the UAV ground when preparing the proposed tasks and solving problems on board UAVs in real time. The investigation of the possibility of using second-order delta-transformations for solving linear systems in the task at different examples of beacons placement. The results of experiments using computer simulations confirm the possibility of solving the linear in one iteration in a steady course with a time step of practical concern, and the beginning set the process is provided at a sufficiently large distance from the origin. .

**Keywords:** Aircraft position finding, linear system solution, second order delta-transformation, aircraft special-purpose calculating unit.

Статья поступила в редакцию 20.11.2016  
Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат. наук А.С. Миненко