

УДК 004.0- 621.3

Сознание, обратная связь и негативные рефлексивные булевы функции

А.И. Андриюхин,
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк,
alexandruckin@rambler.ru

Андриюхин А.И. Сознание, обратная связь и негативные рефлексивные булевы функции. Эта работа относится к фундаментальной проблеме определения гипотетических базовых примитивов самосознания. Человеческий мозг основываясь на их свойствах, способен самоорганизовываться и адаптироваться во внешней среде. Представлены основные направления программы «Brain», основные концепты нейросистем. В работе определены классы негативных рефлексивных булевых функций. Выполнена их классификация. Все негативные рефлексивные булевы функции от двух и трех переменных приведены. Также все рефлексивные булевы функции от четырех переменных определены. Показана возможность осцилляции сигналов в базовых элементах, которые реализуют негативные рефлексивные функции. Результаты компьютерных экспериментов приведены. Программная система Вольфрам Математика использовалась в расчетах.

Ключевые слова: рефлексия, булевы функции, самоорганизация, самосознание, мозг

Введение

Проблема реализации сознания относится к базовым проблемам науки и любые прорывы в ней повлекут за собой резкое изменение в жизни человечества.

Основная задача работы заключается в проверке свойств элементов рефлексивной булевой логики быть базовыми элементами сознания системы мозга.

Подчеркнем, что система, построенная из исследуемых негативных рефлексивных булевых элементов, должна сама быть рефлексивной.

Тогда при таком подходе построения, системы подобного рода являются самоподобными и рефлексивными, и следовательно, обладают фрактальными свойствами, т.е. теми свойствами, которые демонстрирует человеческий мозг.

Программа BRAIN

Необходимо отметить для проблемы реализации сознания ее необычайно важное военное значение. Так военные США проводят исследования, позволяющие воздействовать на нервную систему с точностью в нейрон. Основой их деятельности является анонсированная в 2013 г. президентом США государственная инициатива BRAIN (Brain Research through Advancing Innovative Neurotechnologies)[1].

В ней основным содержанием является разработка технологий, позволяющих:

- 1) изучать функционирование клеток мозга;
- 2) понимать процессы мышления и запоминания;

3) моделировать процессы, происходящие в человеческом мозгу.

Согласно планам финансирования основными темами исследований для военных и разведки являются:

- 1) расширение возможностей мышления,
- 2) реабилитация дефектов и повреждений нервной системы,
- 3) построение систем искусственного интеллекта, функционирующих подобно мозгу человека,
- 4) разработка эффективных интерфейсов человек — компьютер, т.е. трансляция мысленной деятельности человека в дискретную форму и обратно.

Основой этих разработок является так называемая «нейронная пыль», которая позволяет использовать совершенно новый способ изучения и взаимодействия с мозгом[2-4]. Это беспроводное устройство имеет размеры, позволяющие ему быть имплантированным в отдельные нервы. Оно способно обнаружить электрическую активность нервов и мышц глубоко внутри тела и использует ультразвук для соединения, питания и связи. В опытных разработках каждый нервная пылинка (3 миллиметра в длину, 1 миллиметр в высоту и 4/5 миллиметра толщиной) имеет пьезоэлектрический кристалл, который может преобразовывать механическую энергию из ультразвуковых импульсов, передаваемых извне тела в электрическую энергию. Энергия этих 60 ультразвуковых импульсов, передаваемых каждую секунду, приводит в движение датчики и другую электронику.

Пьезоэлектрические кристаллы отражают некоторые входящие ультразвуковые импульсы. Электроника в нервной пыли может изменять импульсы, которые рассеиваются наружу, и поэтому могут передавать данные, передаваемые по беспроводной связи. В экспериментах с крысами ученые обнаружили, что нервные пылинки, имплантированные в нервные и мышечные волокна в ноге, могут записывать и передавать электрические

Каждая частица нервной пыли состоит из стандартных схем CMOS и датчиков, которые измеряют электрическую активность в соседних нейронах. Это связано с пьезоэлектрическим материалом, который преобразует сверхзвуковые звуковые волны в электрические сигналы и наоборот.

Система имеет малую мощность, высокое пространственное разрешение и легко переносима. Она также прочна и потенциально может обеспечить связь в течение длительных периодов времени. Этим снимается главное препятствие в взаимодействии мозг-компьютер, которым является отсутствие имплантируемого в нервную систему интерфейса, который остается жизнеспособным в течение всей жизни.

Трудность заключается в проектировании и создании такой системы, и сегодняшняя работа представляет собой теоретическое исследование этих проблем. Во-первых, является проблема проектирования и построения нейронных частиц пыли в масштабе примерно 100 микрометров, которые могут передавать и принимать сигналы в суровых условиях, теплой и шумной обстановке внутри тела.

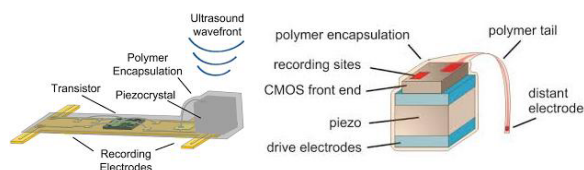


Рисунок 1. – Нейронная пыль.

Современная нейронная логика

Здесь необходимо отметить работы [4-5]. В [5] для создания схемной модели идеализированного нейрона используют общепринятые свойства нейронов, которые хорошо изучены. В ней предлагаются базовые нейронные подсистемы, которые специалисты должны найти достаточно интересными. Эти подсистемы предлагают правдоподобную новую систему для сознания, которая не будет очевидна в рамках молекулярной биологии и биохимии. Автор считает справедливым принцип, что мозг не нарушает какой-либо известный принцип

физики и возможно применение теории цепей и систем для объяснения структурного строения и функционирования мозга. Мозг человека моделируется как система пульсирующих нейронов, в комплекте с электрическими соединениями с другими пульсирующими нейронами. Для демонстрации этого, необходимо более детально моделировать синапсы и память, используя новые и захватывающие элементы схемы, без которых мозг не может функционировать как система. В результате предлагается новая система человеческого потока сознания. Можно оценить эти исследования, как новую область Neuro circuit и Neuro systems (NCANS).

Предлагаемые элементы схем и системы вводятся и проверяются для объяснения процессов мозга.

Модель системы потока сознания может быть описана следующим образом. Набор атрибутов в STM (кратковременная память) является сигналами для поиска связанных изображений в ассоциативном LTM (долговременная память). Отклик с высшим приоритетом выбирается из полученных результатов и перезаписывает содержимое затухающего STM. Процесс повторяется, давая движущуюся картину в сознательном STM.

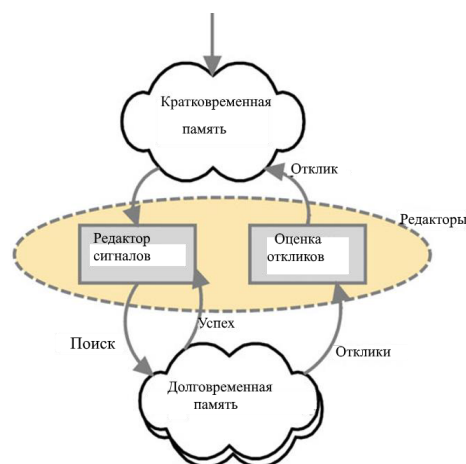


Рисунок 2. – Система потока сознания.

Процессы мозга в настоящее время описываются с помощью основных концептов нервной деятельности. К ним относятся как структурные элементы, такие как нейрон и мембрана, так и процессы возбуждения и торможения.

Основные характеристики нейронного импульса представлены на рис.3.

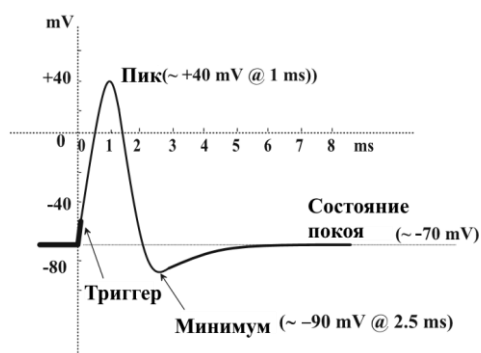


Рисунок 3. – Характеристики нейронного импульса[5].

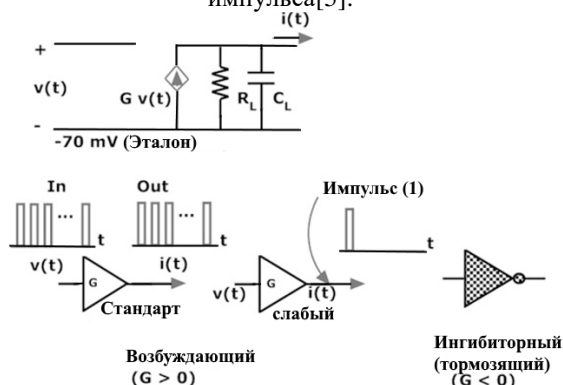


Рисунок 4. – Модели синаптического контакта: возбуждающий, возбуждающий с единичным импульсом, тормозящий.

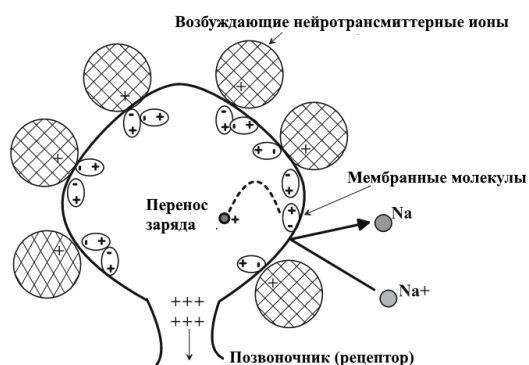


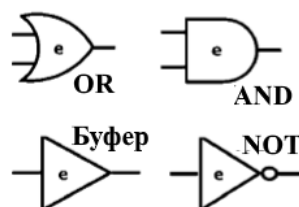
Рисунок 5. – Срабатывание мембраны при ее возбуждении нейротрансмиттерными ионами.

На рис. 6 приведены символы для нейронной логики, которые позволяют более точно описывать мозговую деятельность[5]. Выделяются дендритные примитивы и синапсы наряду с обычными логическими вентилями (Enabled).

Как правило, входы и выходы считаются импульсами нервной системы. D относится к дендритам и E относится к разрешающей логике.



Дендритная логика



Разрешающая логика переключений

Рисунок 6. – Нейронные логики.

Задержка не считается логическим элементом, хотя она является неотъемлемой частью дендритных систем и важна для логической системы.

Дендритные AND, XOR требуют, чтобы импульсы поступали одновременно. Дендритная логика подвержена обратным распространениям, так что поток сигналов может возвращаться с выхода на вход и дендритные элементы ИЛИ, XOR разрешают проход слабого сигнала в обратном направлении.

Включенная логика может иметь аксон, который проводит выходной импульс. Аксоны сопротивляются обратному распространению. Не существует разрешенного XOR, использующего один нейрон, хотя можно было бы рассмотреть два слоя нейронов со специальными условиями на количество импульсов. Символы буфера и NOT похожи на синаптические символы. Контекст использования этих примитивов должен быть четким или должны четко использоваться обозначения d и e.

Разрешающая логика в дендритах и some

Включенная логика зависит от применения заряда к входной емкости до тех пор, пока не будет достигнут порог срабатывания.

В частности, мы имеем логический элемент И, если один вход подает половину требуемого заряда, а другой вход подает вторую половину, чтобы инициировать импульсный импульс. В обычной логике не требуется, чтобы импульсы поступали одновременно, поэтому в этом смысле в ней это проще. Тем не менее, импульсы все равно должны поступать в течение определенного периода времени, или существующий заряд будет рассеиваться. Требуется место для накопления заряда, часто принимаемое за емкость большей сомы в нейроне;

На каждый нейрон приходится всего одна сома, поэтому на каждый нейрон будет меньше задействованных вентилях. Включенная логика сродни искусственным концепциям нейронной сети, при которых (обычно DC) входы суммируются линейно для достижения порогового значения. Однако взвешивание входов обычно фиксируется в активированной логике, поскольку импульсы с активной мембраны обычно имеют фиксированные формы сигнала. Специализированные нейроны могут производить разный импульс в импульсе и даже в разных формах, однако, поэтому возможны более экзотические формы взвешивания.

Задержка в дендритах оценивается (очень грубо) в 15 см/мс. Задержка сигнала определяется длиной пути, а также емкостью мембраны пути и такими параметрами тока зарядки, как плотность проводящих пор (или ионных каналов) и т.п. Модели дендритной логики представлены на рис.7-9.



Рисунок 7. – Функционирование дендритного элемента НЕ.

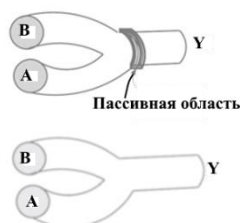


Рисунок 8. – Дендритные элементы И и ИЛИ.

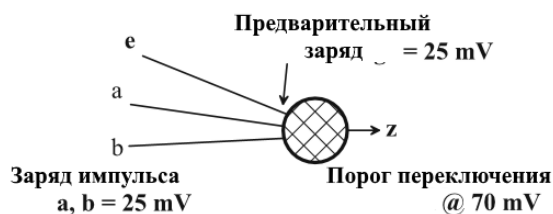


Рисунок 9. – AND-элемент

Синапсы

Синапс - это целенаправленный разрыв между бутоном на окончаниях аксона и рецептором, обычно расположенным на

позвоночнике дендрита. Этот промежуток называется синаптической щелью. Он обычно имеет ширину около 20 нм ($20 \cdot 10^{-9}$ м). По оценкам, мозг содержит намного больше синапсов, чем нейронов, возможно, 500 триллионов (10^{12} нейронов). Это в среднем около 103 синапсов на каждый нейрон, некоторые больше, некоторые меньше. Нейроны обычно не касаются друг друга физически.

В отличие от общего синапса иногда требуется слабый синапс, который стимулирует одиночный импульс в его дендритном рецепторе, обозначенный далее импульс (1) и который физически наблюдаем. Зачастую один точный дендритный импульс необходим для точного отсчета времени.

Основные модели при описании синапсов представлены на рис.10-11.

Для более точной модели функционирования нервной деятельности необходимо использовать гибридные схемы (см.рис.).

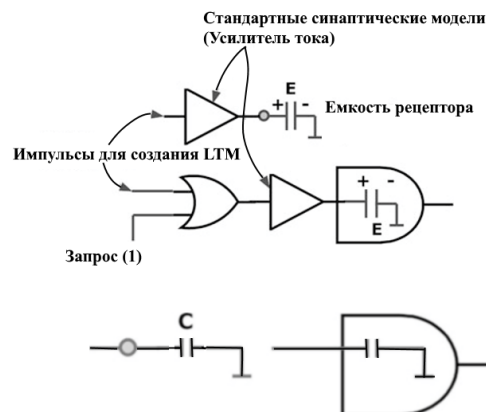


Рисунок 10. – Модели синапсов: а) долгосрочная емкость;б) физический контакт с большим объектом.

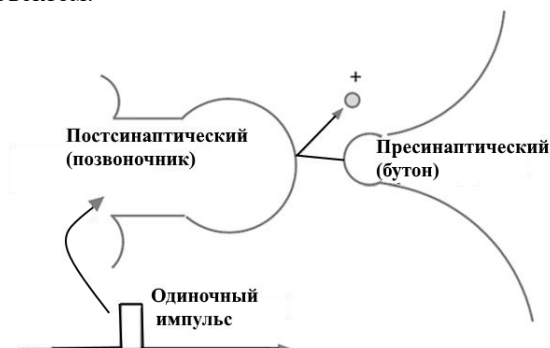


Рисунок 11.. – Слабый синапс для одиночного импульса

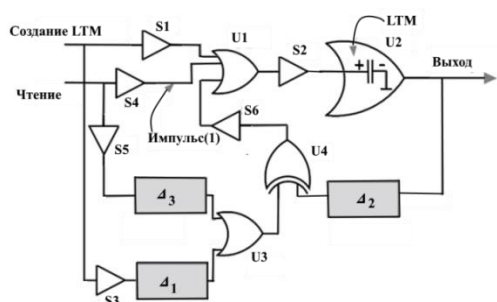


Рисунок 12. – Гибридная схема LTM (S4,S5-слабые синапсы)

Для данной работы наиболее интересна рекурсивная нейронная сеть на рис.13.

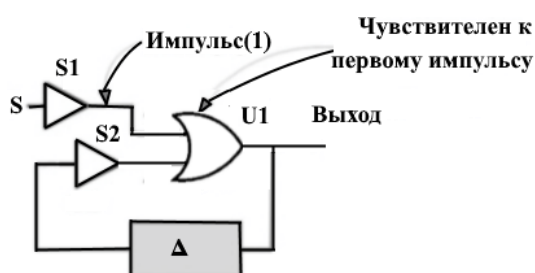


Рисунок 13. – Рекурсивная нейронная сеть

Обратная связь в дискретных устройствах

Любая нетривиальная система (адаптивная система) должна иметь обратные связи и поэтому выполним небольшой обзор использования обратной связи в дискретных устройствах перед анализом негативных рефлексивных функций.

На рис.14 представлена реализация простейшего элемента последовательной логики.



Рисунок 14. – Простейший элемент последовательной логики

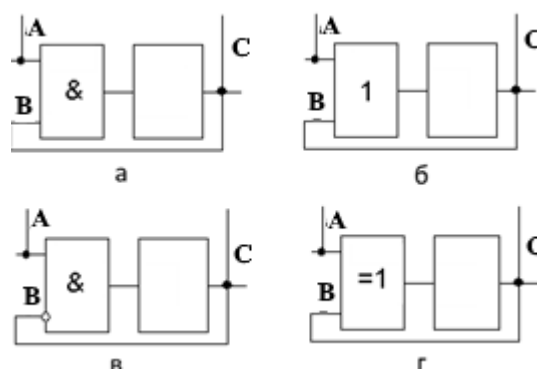


Рисунок 15. – ОС с базовыми вентилями

Представленные на рис 15 варианты ОС возможно использовать различным способом, в частности

А) Конъюнктивная ОС позволяет реализовать такие операции, как конъюнктивное (минимальное) управление, пропорциональное совпадению сигналов, задержку по фронту и задержку по срезу конъюнктивное защелкивание, синхронный запуск сигналов требуемой конфигурации, преобразование частоты;

Б) Дизъюнктивная ОС, аналогично конъюнктивной, позволяет реализовать дизъюнктивное (максимальное) управление, пропорциональное расхождению сигналов, переводить из одного состояния в другое, осуществлять дизъюнктивное защелкивание, преобразование частоты, синхронный запуск синхронных сигналов необходимой конфигурации, задержку по фронту и срезу

В) Запрещающая ОС позволяет обеспечить управляющее воздействие, пропорциональное задержке сигнала и различные другие воздействия.

Г) ОС «сложение по модулю 2»(EXOR) позволяет обеспечить управление, пропорциональное разности сигналов.

Обобщением предыдущих вариантов можем считать рис.16, в котором комбинационная логическая ОС позволяет построить устройства с управляемостью по требуемому закону.



Рисунок 16. – Обобщение ОС с базовыми вентилями

Негативные рефлексивные булевы

По аналогии с результатами работы [6] рассмотрим негативные рефлексивные булевы функции i -ого порядка, которые обладают свойством

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, \neg \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n), x_{i+1}, \dots, x_n) = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Обозначим через $\Phi_{i,j}$ множество негативных рефлексивных булевых функций i -порядка от j переменных. Также обозначим через Φ_j множество негативных рефлексивных булевых функций от j переменных.

Решаемая в статье задача состоит в расширении результатов [6] и построении негативных рефлексивных булевых функций зависящих от 2, 3, 4 и более переменных и изучении их определенных свойств.

Негативные рефлексивные булевы функции от двух переменных

Общее число всех булевых функций от n переменных определяется формулой $2^{f(n)}$, где $f(n)=2^n$. Отсюда следует известный результат, что число булевых функций от 2 переменных равно 16, число булевых функций от 3 переменных равно 256, число булевых функций от 4 переменных равно 65536 и т.д.

Для негативных функций от двух переменных мы имеем рефлексивные формы 1 и 2 порядка, представленные на рис.3.

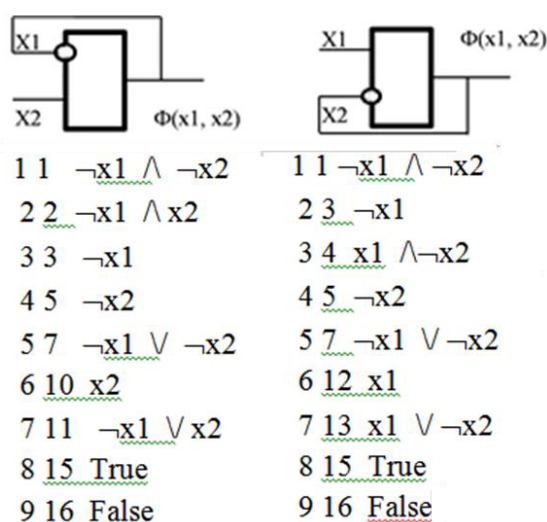


Рисунок 17 – Негативные рефлексивные булевы функции 1 и 2 порядка.

Ниже представлен список из 4 (из общего числа 9) нетривиальных булевых выражений 1-порядка от двух переменных, для которых выполняется соотношение $\Phi(x_1,$

$x_2)=\Phi(\neg\Phi(x_1,x_2), x_2)$ и в выражении для этих функций присутствуют обе переменные x_1, x_2 .

- 1 1 $\neg x_1 \wedge \neg x_2$
- 2 2 $\neg x_1 \wedge x_2$
- 3 7 $\neg x_1 \vee \neg x_2$
- 4 11 $\neg x_1 \vee x_2$

Аналогично мы можем представить список из 4 (из общего числа 9) нетривиальных булевых выражений 2-порядка от двух переменных, для которых выполняется соотношение $\Phi(x_1, x_2)=\Phi(x_1, \neg\Phi(x_1, x_2))$ и в выражении для этих функций присутствуют обе переменные x_1, x_2 .

- 1 1 $\neg x_1 \wedge \neg x_2$
- 2 4 $x_1 \wedge \neg x_2$
- 3 7 $\neg x_1 \vee \neg x_2$
- 4 13 $x_1 \vee \neg x_2$

Второе число в строке описания этих функций и далее в других списках означает их номер в системе Wolfram Mathematica (оператор BooleanFunction).

Пересечением множеств $\Phi_{1,2}$ и $\Phi_{2,2}$ являются функции $\neg x_1 \wedge \neg x_2$ и $\neg x_1 \vee \neg x_2$.

Негативные рефлексивные булевы функции первого порядка от трех переменных

Начиная с этого раздела будем использовать вместо знака отрицания $\neg$ символ !. На рис.18 представлена негативно-рефлексивная булева функция 1 порядка, так как

$$\Phi(x_1, x_2, x_3)=\Phi(\neg\Phi(x_1, x_2, x_3), x_2, x_3).$$

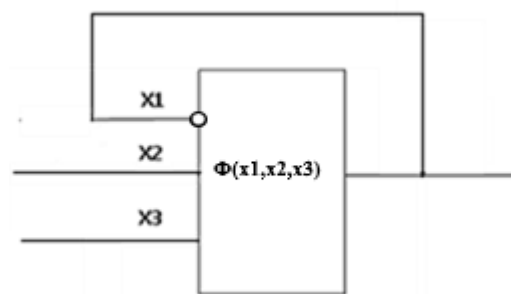


Рисунок 18. –Негативная рефлексивная булева функция от трех переменных 1 порядка

Ниже представлен список из 56 нетривиальных булевых выражений от трех переменных 1 порядка.

- 1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 2 4 $!x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3$
- 3 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 4 13 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$

5 16 $x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3$
 6 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 7 20 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3)$
 8 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 9 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 10 28 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_2)$
 11 29 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 12 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 13 49 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 14 52 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3)$
 15 53 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 16 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
 17 61 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 18 64 $x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3$
 19 65 $(x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3)$
 20 67 $(x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$
 21 69 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 22 71 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 23 76 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 24 77 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 25 79 $!x_1 \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 26 81 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 27 83 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$
 28 84 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 29 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 30 92 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_2)$
 31 93 $(!x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
 32 112 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
 33 113 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 34 115 $(x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
 35 116 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 36 117 $(x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 37 124 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 38 125 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
 39 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$
 40 193 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3)$
 41 196 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 42 197 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 43 199 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 44 205 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee x_2$
 45 208 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
 46 209 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 47 211 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 48 212 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 49 213 $(x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
 50 215 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 51 220 $(x_1 \wedge !x_3) \vee x_2$
 52 223 $!x_1 \vee x_2 \vee !x_3$
 53 241 $x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 54 244 $x_1 \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 55 247 $x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$
 56 253 $x_1 \vee x_2 \vee !x_3$

**Рефлексивные булевы функции
второго порядка от трех переменных**

На рис.19 представлена негативно-рефлексивная булева функция 2 порядка, так как

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \Phi(x_1, \neg \Phi(x_1, x_2, x_3), x_3).$$

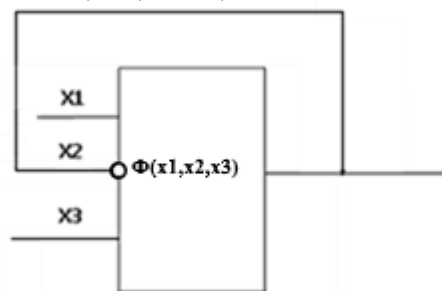


Рисунок 19. –Негативно-рефлексивная булева функция от трех переменных 2 порядка

Ниже представлен список из 54 нетривиальных булевых выражений от трех переменных 2 порядка

1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
 2 2 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3$
 3 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 4 11 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_3)$
 5 16 $x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
 6 18 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3)$
 7 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 8 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 9 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 10 26 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_3)$
 11 27 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 12 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 13 32 $x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3$
 14 33 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3)$
 15 35 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 16 37 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 17 39 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 18 42 $(!x_1 \wedge x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 19 43 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 20 47 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 21 49 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 22 50 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 23 53 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 24 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
 25 58 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_3)$
 26 59 $(!x_1 \wedge x_3) \vee !x_2$
 27 81 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 28 82 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3)$
 29 83 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$
 30 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 31 112 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
 32 113 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 33 114 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 34 115 $(x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
 35 117 $(x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 36 122 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_3)$
 37 123 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_3) \vee !x_2$
 38 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$
 39 161 $(x_1 \wedge x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3)$
 40 162 $(x_1 \wedge x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 41 163 $(x_1 \wedge x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$

42 171 $(!x1 \wedge !x2) \vee x3$
43 176 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge x3)$
44 177 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$
45 178 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (!x2 \wedge x3)$
46 179 $(x1 \wedge x3) \vee !x2$
47 181 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (!x1 \wedge !x3)$
48 183 $(x1 \wedge x3) \vee (!x1 \wedge !x3) \vee !x2$
49 186 $(x1 \wedge !x2) \vee x3$
50 191 $!x1 \vee !x2 \vee x3$
51 241 $x1 \vee (!x2 \wedge !x3)$
52 242 $x1 \vee (!x2 \wedge x3)$
53 247 $x1 \vee !x2 \vee !x3$
54 251 $x1 \vee !x2 \vee x3$

Негативные рефлексивные булевы функции третьего порядка от трех переменных

Число всех рефлексивных булевых функций равно 81, так как помимо нетривиальных к ним добавляются False, True, $x1$ и некоторые другие.

На рис.20 представлена негативно-рефлексивная булева функция 3 порядка, так как $\Phi(x1, x2, x3) = \Phi(x1, x2, \neg\Phi(x1, x2, x3))$.

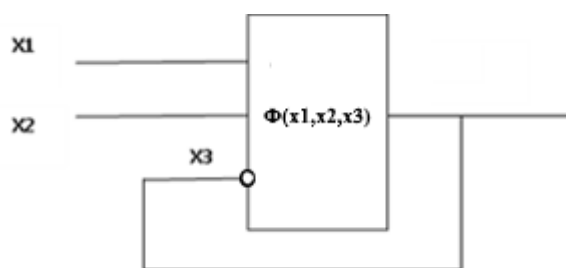


Рисунок 20. –Негативно-рефлексивная булева функция от трех переменных 3 порядка.

Ниже представлен список из 56 нетривиальных булевых выражений от трех переменных, которые определены как негативные рефлексивные булевы функции 3 порядка.

Мы считаем их нетривиальными, так как в выражении для этих функций присутствуют все три переменные $x1, x2, x3$.

1 1 $!x1 \wedge !x2 \wedge !x3$
2 4 $!x1 \wedge x2 \wedge !x3$
3 7 $(!x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
4 13 $(!x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
5 16 $x1 \wedge !x2 \wedge !x3$
6 19 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
7 20 $(x1 \wedge !x2 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge x2 \wedge !x3)$
8 21 $(!x1 \wedge !x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$

9 23 $(!x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge !x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$
10 28 $(x1 \wedge !x2 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge x2)$
11 29 $(!x1 \wedge x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
12 31 $!x1 \vee (!x2 \wedge !x3)$
13 49 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
14 52 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge x2 \wedge !x3)$
15 53 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
16 55 $(!x1 \wedge !x3) \vee !x2$
17 61 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
18 64 $x1 \wedge x2 \wedge !x3$
19 65 $(x1 \wedge x2 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge !x2 \wedge !x3)$
20 67 $(x1 \wedge x2 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge !x2)$
21 69 $(!x1 \wedge !x3) \vee (x2 \wedge !x3)$
22 71 $(!x1 \wedge !x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
23 76 $(!x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
24 77 $(!x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x3) \vee (x2 \wedge !x3)$
25 79 $!x1 \vee (x2 \wedge !x3)$
26 81 $(x1 \wedge !x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$
27 83 $(x1 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge !x2)$
28 84 $(x1 \wedge !x3) \vee (x2 \wedge !x3)$
29 87 $(!x1 \wedge !x2) \vee !x3$
30 92 $(x1 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge x2)$
31 93 $(!x1 \wedge x2) \vee !x3$
32 112 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge !x3)$
33 113 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge !x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$
34 115 $(x1 \wedge !x3) \vee !x2$
35 116 $(x1 \wedge !x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
36 117 $(x1 \wedge !x2) \vee !x3$
37 124 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
38 125 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge x2) \vee !x3$
39 127 $!x1 \vee !x2 \vee !x3$
40 193 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x2 \wedge !x3)$
41 196 $(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
42 197 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
43 199 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
44 205 $(!x1 \wedge !x3) \vee x2$
45 208 $(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge !x3)$
46 209 $(x1 \wedge x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
47 211 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
48 212 $(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge !x3) \vee (x2 \wedge !x3)$
49 213 $(x1 \wedge x2) \vee !x3$
50 215 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x2) \vee !x3$
51 220 $(x1 \wedge !x3) \vee x2$
52 223 $!x1 \vee x2 \vee !x3$
53 241 $x1 \vee (!x2 \wedge !x3)$
54 244 $x1 \vee (x2 \wedge !x3)$
55 247 $x1 \vee !x2 \vee !x3$
56 253 $x1 \vee x2 \vee !x3$

Структура множества негативных рефлексивных булевых функций от трех переменных

Структура N_3 представлена на рис.21 и справедлива формула $N_3 = N_{1,3} \vee N_{2,3} \vee N_{3,3}$.

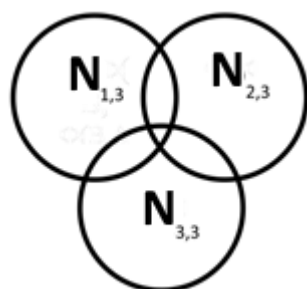


Рисунок 21. –Структура множества N_3 .

Пересечение множеств $N_{1,3}$ и $N_{2,3}$ включает следующие функции:

- 1 64 $x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3$
- 2 84 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 3 128 $x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$
- 4 168 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 5 196 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 6 200 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 7 208 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
- 8 212 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 9 213 $(x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
- 10 216 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 11 220 $(x_1 \wedge !x_3) \vee x_2$
- 12 224 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3)$
- 13 228 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 14 232 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 15 234 $(x_1 \wedge x_2) \vee x_3$
- 16 236 $(x_1 \wedge x_3) \vee x_2$
- 17 244 $x_1 \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 18 248 $x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 19 253 $x_1 \vee x_2 \vee !x_3$
- 20 254 $x_1 \vee x_2 \vee x_3$.

Пересечение множеств $N_{1,3}$ и $N_{3,3}$ представлено ниже.

- 1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 2 4 $!x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3$
- 3 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 4 13 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 5 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 6 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 7 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 8 29 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 9 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 10 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
- 11 69 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 12 71 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 13 76 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 14 77 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 15 79 $!x_1 \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 16 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
- 17 93 $(!x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
- 18 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$

- 19 205 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee x_2$
- 20 223 $!x_1 \vee x_2 \vee !x_3$

Пересечением множеств $N_{2,3}$ и $N_{3,3}$ является следующий список функций.

- 1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 2 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 3 16 $x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 4 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 5 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 6 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 7 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 8 49 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 9 53 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 10 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
- 11 81 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 12 83 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$
- 13 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
- 14 112 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
- 15 113 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 16 115 $(x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
- 17 117 $(x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
- 18 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$
- 19 241 $x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 20 247 $x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$

Элементами пересечения множеств $N_{1,3}$ и $N_{2,3}$, а также $N_{2,3}$ являются функции в следующем списке.

- 1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 2 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 3 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 4 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 5 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 6 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 7 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
- 8 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
- 9 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$

**Негативные рефлексивные
булевы функции от четырех переменных**

Структура N_4 представлена на рис.22 и справедлива формула $N_4 = N_{1,4} \vee N_{2,4} \vee N_{3,4} \vee N_{4,4}$.

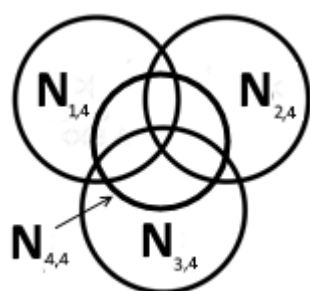


Рисунок 22. –Структура множества N_4 .

На основании компьютерного расчета с помощью модифицированной программы были получены результаты таблицы 1.

В ней представлены характеристики рефлексивных и негативных рефлексивных функций.

Под полными понимаем функции у которых в записи присутствуют все 4 переменные.

Таблица 1. Число функций от 4 переменных с заданными порядками

Номер	Порядки	Рефлексивные		Негативно-рефлексивные	
		Все	Полные	Все	Полные
1	1	6293	5860	6225	5792
2	2	5826	5397	5884	5455
3	3	5946	5513	5946	5513
4	4	5946	5513	5946	5513
5	1,2	1276	1088	1264	1076
6	1,3	1238	1047	1240	1054
7	1,4	1276	1088	1272	1084
8	2,3	1166	982	1202	1018
9	2,4	1232	1046	1254	1068
10	3,4	1285	1097	1285	1097
11	1,2,3	396	302	396	302
12	1,2,4	396	302	396	302
13	1,3,4	398	304	398	304
14	2,3,4	386	292	400	306
15	1,2,3,4	168	114	168	114

Ясно, что их все невозможно представить в данной статье.

Приведем только множество функций с номером 15, которые обладают свойствами рефлексивности любого порядка из 4.

- 1 32768 $x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$
- 2 32896 $x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$
- 3 34816 $x_1 \wedge x_3 \wedge x_4$
- 4 34944 $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 5 34952 $x_3 \wedge x_4$
- 6 40960 $x_1 \wedge x_2 \wedge x_4$
- 7 41088 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 8 41120 $x_2 \wedge x_4$

- 9 43008 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 10 43136 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 11 43144 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 12 43168 $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 13 43176 $(x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 14 43520 $x_1 \wedge x_4$
- 15 43648 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 16 43656 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 17 43680 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 18 43688 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 19 43690 x_4
- 20 49152 $x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$
- 21 49280 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 22 49344 $x_2 \wedge x_3$
- 23 51200 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 24 51328 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 25 51336 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 26 51392 $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 27 51400 $(x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 28 52224 $x_1 \wedge x_3$
- 29 52352 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 30 52360 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 31 52416 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 32 52424 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 33 52428 x_3
- 34 57344 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4)$
- 35 57472 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 36 57504 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 37 57536 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 38 57568 $(x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 39 59392 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 40 59520 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 41 59528 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 42 59552 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 43 59560 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 44 59584 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 45 59592 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 46 59616 $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 47 59624 $(x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 48 59904 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4)$
- 49 60032 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 50 60040 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 51 60064 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 52 60072 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 53 60074 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee x_4$
- 54 60096 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 55 60104 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 56 60128 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 57 60136 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 58 60138 $(x_2 \wedge x_3) \vee x_4$
- 59 60416 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3)$
- 60 60544 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 61 60552 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 62 60576 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 63 60584 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 64 60608 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$

65 60616	$(x1 \wedge x2 \wedge x4) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	120 64704	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3)$
66 60620	$(x1 \wedge x2 \wedge x4) \vee x3$	121 64712	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$
67 60640	$(x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	122 64716	$(x1 \wedge x2) \vee x3$
68 60648	$(x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	123 64736	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$
69 60652	$(x2 \wedge x4) \vee x3$	124 64744	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
70 60928	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4)$	125 64748	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x4) \vee x3$
71 61056	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	126 64752	$(x1 \wedge x3) \vee x2$
72 61064	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	127 64760	$(x1 \wedge x3) \vee x2 \vee (x3 \wedge x4)$
73 61088	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4)$	128 64764	$x2 \vee x3$
74 61096	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	129 65024	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4)$
75 61098	$(x1 \wedge x3) \vee x4$	130 65152	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$
76 61120	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3)$	131 65160	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
77 61128	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	132 65184	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4)$
78 61132	$(x1 \wedge x4) \vee x3$	133 65192	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
79 61152	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	134 65194	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee x4$
80 61160	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	135 65216	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3)$
81 61162	$(x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee x4$	136 65224	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$
82 61164	$(x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee x3$	137 65228	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee x3$
83 61166	$x3 \vee x4$	138 65248	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$
84 61440	$x1 \wedge x2$	139 65256	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
85 61568	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	140 65258	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee x4$
86 61600	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x4)$	141 65260	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee x3$
87 61632	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3)$	142 65262	$(x1 \wedge x2) \vee x3 \vee x4$
88 61664	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	143 65264	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee x2$
89 61680	$x2$	144 65272	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee x2 \vee (x3 \wedge x4)$
90 63488	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4)$	145 65274	$(x1 \wedge x3) \vee x2 \vee x4$
91 63616	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	146 65276	$(x1 \wedge x4) \vee x2 \vee x3$
92 63624	$(x1 \wedge x2) \vee (x3 \wedge x4)$	147 65278	$x2 \vee x3 \vee x4$
93 63648	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4)$	148 65280	$x1$
94 63656	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	149 65408	$x1 \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$
95 63680	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3)$	150 65416	$x1 \vee (x3 \wedge x4)$
96 63688	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	151 65440	$x1 \vee (x2 \wedge x4)$
97 63712	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	152 65448	$x1 \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
98 63720	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	153 65450	$x1 \vee x4$
99 63728	$(x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee x2$	154 65472	$x1 \vee (x2 \wedge x3)$
100 63736	$x2 \vee (x3 \wedge x4)$	155 65480	$x1 \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$
101 64000	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4)$	156 65484	$x1 \vee x3$
102 64128	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	157 65504	$x1 \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$
103 64136	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	158 65512	$x1 \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
104 64160	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4)$	159 65514	$x1 \vee (x2 \wedge x3) \vee x4$
105 64168	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	160 65516	$x1 \vee (x2 \wedge x4) \vee x3$
106 64170	$(x1 \wedge x2) \vee x4$	161 65518	$x1 \vee x3 \vee x4$
107 64192	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3)$	162 65520	$x1 \vee x2$
108 64200	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	163 65528	$x1 \vee x2 \vee (x3 \wedge x4)$
109 64224	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	164 65530	$x1 \vee x2 \vee x4$
110 64232	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	165 65532	$x1 \vee x2 \vee x3$
111 64234	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3) \vee x4$	166 65534	$x1 \vee x2 \vee x3 \vee x4$
112 64240	$(x1 \wedge x4) \vee x2$	167 65535	True
113 64248	$(x1 \wedge x4) \vee x2 \vee (x3 \wedge x4)$	168 65536	False
114 64250	$x2 \vee x4$		
115 64512	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3)$		
116 64640	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$		
117 64648	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$		
118 64672	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$		
119 64680	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$		

Расчеты для функций от пяти переменных
малоосуществимы.

Расчеты для функций от шести и более переменных на данном этапе являются невозможными.

Анализ негативных рефлексивных булевых функций

Приведем в этом разделе типичные графики для непрерывных функции, которые при булевых значениях переменных имеет негативные рефлексивные значения для элемента на рис.23.

Необходимо отметить, что возможны иные варианты непрерывных функции, которые при булевых значениях переменных имеет негативные рефлексивные значения.

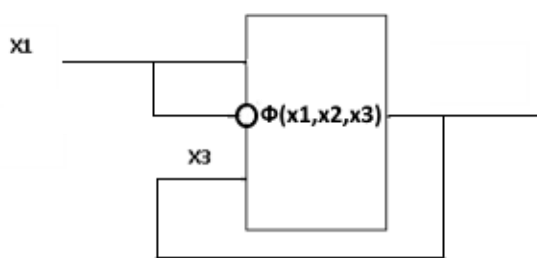


Рисунок 23. –Негативный рефлексивный элемента.

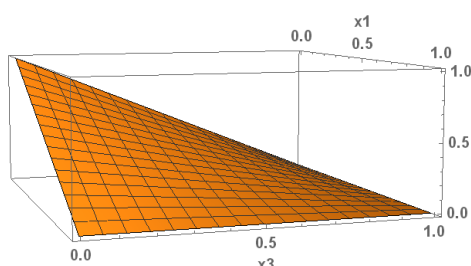


Рисунок 24. – График $P_1(x_1, x_3) = 1 - x_1 - x_3 + x_1 * x_3$.

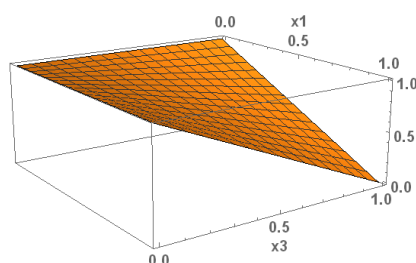


Рисунок 25. – График $P_2(x_1, x_3) = 2 - x_1 - (1 - x_1) * (1 - x_3) - x_3$.

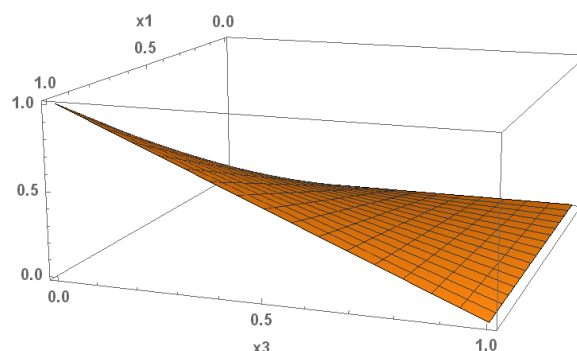


Рисунок 26. – График $P_3(x_1, x_3) = x_1 * (1 - x_3)$.

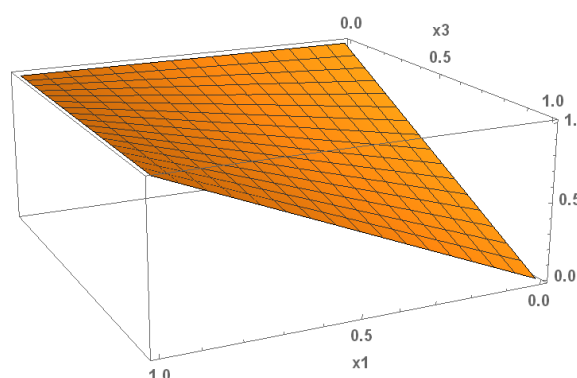


Рисунок 27. – График $P_3(x_1, x_3) = 1 + x_1 - x_1 * (1 - x_3) - x_3$.

Осцилляции в базовых негативных рефлексивных булевых элементах

Основным свойством биологического нейрона является генерация импульсов и естественно задать вопрос: возможны ли осцилляции для базового рефлексивного булевого элемента изображенного на рис.23 ?

Рассматривая одно из устойчивых состояний и учитывая, что полярные входы нейтрализуют друг друга, можем записать для обратной связи по третьему входу, что $X(t-\Delta) - X(t) = 0$. Здесь Δ -величина задержки, которую мы считаем в нашей модели постоянной. Используя формулу Тейлора для 3, 4, 5 порядка малости получаем уравнения (1), (2), (3) приведенные ниже.

$$-\Delta X'[t] + \frac{1}{2} \Delta^2 X''[t] - \frac{1}{6} \Delta^3 X^{(3)}[t] = 0 \quad (1)$$

$$-\Delta * X'[t] + \frac{1}{2} \Delta^2 X''[t] - \frac{1}{6} \Delta^3 X^{(3)}[t] + \frac{1}{24} \Delta^4 X^{(4)}[v] = 0 \quad (2)$$

$$-\Delta X'[t] + \frac{1}{2} \Delta^2 X''[t] - \frac{1}{6} \Delta^3 X^{(3)}[t] + \frac{1}{24} \Delta^4 X^{(4)}[t] - \frac{1}{120} \Delta^5 X^{(5)}[t] = 0 \quad (3)$$

Общие решения с точностью 5 знаков для этих уравнений имеют вид:

А) для (1)

$$X[t] = C3 + 0.06454$$

$$\begin{aligned} & * e^{\frac{1.5t}{\Delta}} \Delta \left((-5C1 + 3.87298 \right. \\ & * C2) \cos \left[\frac{1.93649t}{\Delta} \right] \\ & + (3.87298C1 \\ & \left. + 5C2) \sin \left[\frac{1.93649t}{\Delta} \right] \right); \end{aligned}$$

Б) для (2)

$$\begin{aligned} X[t] = & 0.35902 * e^{\frac{2.785292t}{\Delta}} \Delta C1 \\ & + (0.070485 \\ & + 0.33329i) e^{\frac{(0.60735 - 2.87189i)t}{\Delta}} \Delta C2 \\ & + (0.070485 \\ & - 0.33329i) e^{\frac{(0.60735 + 2.87189i)t}{\Delta}} \Delta C3 \\ & + C4; \end{aligned}$$

В) для (3)

$$\begin{aligned} X[t] = & (-0.01553 + 0.28983i) e^{\frac{(0.184358 + 3.44037i)t}{\Delta}} \Delta C1 \\ & - (0.01553 + 0.28983i) e^{\frac{(0.184358 - 3.44037i)t}{\Delta}} \Delta C2 \\ & + (0.26553 + 0.16855i) e^{\frac{(2.684358 - 1.70399i)t}{\Delta}} \Delta C3 \\ & + (0.26553 - 0.16855i) e^{\frac{(2.684358 + 1.70399i)t}{\Delta}} \Delta C4 \\ & + C5. \end{aligned}$$

Вид решения зависит от начальных данных. Так при $\Delta = -1$, $X[0] = 0$, $X'[0] = 7$, $X''[0] = -7$ (для 2 и 3 уравнений имеем нулевые соответствующие производные) следующие решения рис.28-30 :

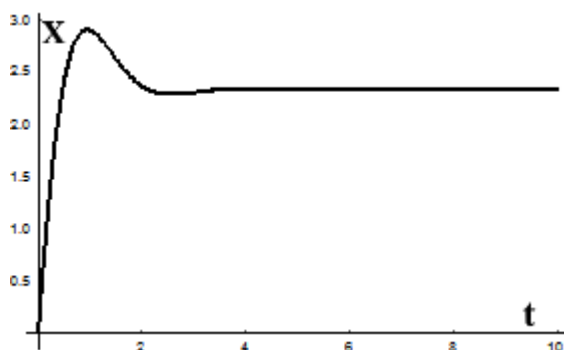


Рисунок 28. – Решение уравнения (1).

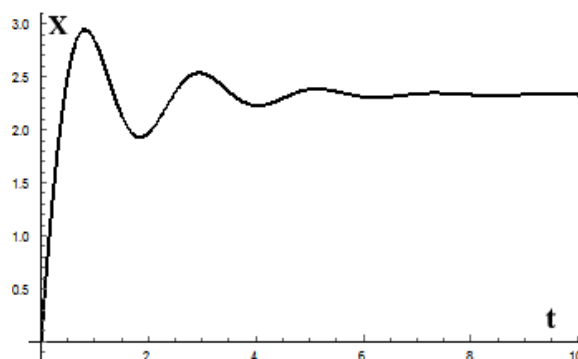


Рисунок 29. – Решение уравнения (2).

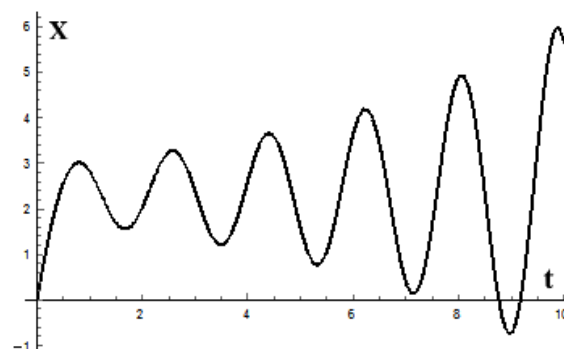


Рисунок 30. – Решение уравнения (3).

Применение рефлексивных булевых рассуждений

Рассмотрим общий ход рефлексивных рассуждений Фреге с их достаточно значимым выводом в [6].

Г.Фреге показывает на основе сравнения бинарных признаков свойств сущностей анализа, что существует третья область помимо области представлений человека и области объектов внешнего мира.

Согласно логическим исследованиям Фреге, мысль не является объектом внешнего мира, а также не является внутренним представлением человека, т. е. существует мир мыслей, отдельно от человеческого мира. Так представления не могут быть восприняты сенсорными системами (слух, зрение...) представлениями обладают, т.е. представления требуют существования носителя и имеют только одного носителя. Они разделяют внутренний и внешний мир для человека.

Мысль не является ни внутренним представлением, ни объектом внешнего мира.

Существует 3-я область, элементы которой мысли — совпадают с представлениями, в том отношении, что они не могут быть восприняты сенсорными подсистемами,

чувствами.

С объектами внешнего мира мысли совпадают в том, что они не предполагают носителя (не зависят от субъекта).

Пример – мысль, выраженная в теореме Пифагора, является истинной безотносительно ко времени.

Аналогичный подход мы видим при анализе известных языковых высказываний в [8-10]. В [11] рассматривается влияние рефлексивных процессов в эволюции социальных отношений и их эффективности.

Заключение

В работе даны определения негативных рефлексивных булевых функций. Они рассматриваются, как базовые примитивы самосознания.

В работе определены классы негативных рефлексивных булевых функций и выполнена их классификация. Приведены все негативные рефлексивные булевы функции от двух и трех переменных. Также вычислены все негативные рефлексивные булевы функции от четырех переменных.

Необходимо подчеркнуть, присутствие обратных связей в нашем примитиве (как дендритные элементы ИЛИ, XOR) разрешает проход слабого сигнала в обратном направлении.

Показана возможность осциллирования для базового рефлексивного булевого элемента.

Система построенная из исследуемых негативных рефлексивных булевых элементов сама является рефлексивной, т.е. является самоподобной и следовательно, обладает фрактальными свойствами.

Необходимо отметить, что основная часть изложенных результатов получена на компьютере и относится, по образному выражению С.Вольфрама, к «экспериментальной математике». Если основной работой математика или сущностью математики считать формулировку и доказательство теорем, то в отличие от этой деятельности выражение «экспериментальная математика» выглядит по крайней мере странным.

Но аргументы Херша о гуманистической философии математики становятся еще более убедительными в современном окружении [12].

1. Математика - это человек. Она является частью культуры человечества. Это не соответствует концепции Фреге абстрактной,

вневременной(или безвременной), объективной реальности.

2. Математическое знание ошибочно. Как в науке, математика может продвигаться, делая ошибки, а затем исправляя или даже корректируя их. Эти свойства математики блестяще доказываются в «Доказательствах и опровержениях» Лакатоса.

3. Существуют разные нормы строгости доказательств. Нормы строгости могут варьироваться в зависимости от времени, места и других факторов. Использование компьютерных доказательств, примером которых служит компьютерное доказательство четырехцветной теоремы о 4 красках, является лишь одним из примеров появления нетрадиционного стандарта строгости.

4. Эмпирические данные, численные эксперименты и вероятностные доказательства могут помочь нам решить, чему верить в математике. Аристотелевская логика не обязательно всегда является лучшим способом решения.

5. Математические объекты являются особым разнообразием социально-культурно-исторического объекта. Вопреки утверждениям некоторых постмодернистских хулителей математика не может быть отброшена как просто новая форма литературы или религии (однако необходимо отметить, что подобные мысли высказывал и Дж. фон Нейман).

Многие математические объекты можно рассматривать как общие идеи, такие как «Моби Дик» в литературе или «Непорочное зачатие в религии».

В любом случае математика является и останется уникальным человеческим начинанием.

Социальный конструктивистский тезис состоит в том, что математика - это социальное строительство, культурный продукт, ошибочный, как любая другая отрасль знаний.

В данной работе компьютер играл центральную роль, помог определить некоторые объекты и более ясно и конкретно задать относящиеся к ним вопросы.

Литература

1. https://en.wikipedia.org/wiki/BRAIN_Initiative

2. Dongjin Seo, Jose M. Carmena, Jan M. Rabaey, Elad Alon, Michel M. Maharbiz. Neural Dust: An Ultrasonic, Low Power Solution for Chronic Brain-Machine Interfaces. Доступно на <https://arxiv.org/abs/1307.2196>

3. <http://www.activistpost.com/2012/02/elite-think-tanks-neuroscience-and.html>

4. Neural Fields. Theory and Applications. Ed. S. Coombes, P. Graben, R. Potthast, J. Wright. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2014.-487 p.

5. J. R. Burger. Brain Theory From A Circuits And Systems Perspective. How Electrical Science Explains Neuro-circuits, Neuro-systems, and Qubits. Springer Science+Business Media New York 2013, 227 p.

6. Андрюхин А.И. Рефлексивные булевы функции // ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА. – Д.: ДонНТУ, – 2016. – № 4(6). – с.4-13

7. Г.Фреге. Мысль: логическое исследование // Философия, логика, язык. – М.: Прогресс, 1987. – с.18-47.

8. Андрюхин А.И., Кузнецов А.В. Компьютерное исследование физических аспектов рефлексивности мышления человека // Научные труды ДГТУ. Серия: Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем. Вып. 29. 2002 г., с.218-226.

9. Андрюхин А.И. Модельные представления антиномии в булевых сетях // Искусственный интеллект, 1998, N 1, с. 35–4

10. Андрюхин А. И. Вероятностные оценки рефлексивных логических связей / А. И. Андрюхин // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія : Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. - 2015. - Вип. 1. - С. 147-154. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Npdntu_inf_2015_1_25.pdf.

11. Лепский В.Е., Зорина Г.И. Рефлексивное предприятие XXI века // Рефлексивные процессы и управление, № 2, 2005, том 5, с.21-401.

12. David H. Bailey, Jonathan M. Borwein, Neil J. Calkin, Roland Girgensohn, D. Russell Luke, Victor H. Moll. Experimental Mathematics in Action. A K Peters, Ltd. Wellesley, Massachusetts, 2007,

Andruxkin A.I. Consciousness, feedback and negative reflexive Boolean functions. This work refers to the fundamental problem of determining hypothetical basic primitives of self-awareness. The human brain, based on their properties, is able to self-organize and adapt in the external environment. The main directions of the "Brain" program, the main concepts of neurosystems are presented. In this paper, classes of negative reflexive Boolean functions are defined. Their classification is carried out. All negative reflexive Boolean functions of two and three variables are given. Also, all reflexive Boolean functions of four variables are defined. The possibility of signal oscillation in basic elements that realize negative reflexive functions is shown. The results of computer experiments are given. The software system Wolfram Mathematics was used in calculations.

Keywords: reflexion, Boolean functions, self-organization, self-awareness, brain

Андрюхин О.І Свідомість, зворотний зв'язок і негативні рефлексивні булеві функції. Ця робота відноситься до фундаментальної проблеми визначення гіпотетичних базових примітивів самосвідомості. Людський мозок ґрунтуючись на їх властивості, здатний самоорганізовуватися і адаптуватися в зовнішньому середовищі. Представлені основні напрямки програми «Brain», основні концепти нейросистем. В роботі визначені класи негативних рефлексивних булевих функцій. Виконана їх класифікація. Всі негативні рефлексивні булеві функції від двох і трьох змінних наведені. Також всі рефлексивні булеві функції від чотирьох змінних визначені. Показана можливість осциляції сигналів в базових елементах, які реалізують негативні рефлексивні функції. Результати комп'ютерних експериментів наведені. Програмна система Вольфрам Математика використовувалася в розрахунках.

Ключові слова: рефлексія, булеві функції, самоорганізація, самосвідомість, мозок

Стаття поступила в редакцію 20.1.2017
Рекомендована к публікації д-ром физ.-мат. наук А.С. Миненко