УДК 512.556

Об идеалах полуколец непрерывных неотрицательных функций с max-сложением

Широков Д. В.
Вятский государственный университет
DimShirokov79@mail.ru

Широков Д. В. Об идеалах полуколец непрерывных неотрицательных функций с max-сложением. *Сформулирован критерий самоинъективного по Бэру полукольца всех непрерывных неотрицательных функций, определенных на тихоновском пространстве X, с обычной операцией умножения функций и операцией max-сложения. Описано строение чистых и инъективных по Бэру идеалов данного полукольца.*

Ключевые слова: *полукольцо непрерывных неотрицательных функций, самоинъективное по Бэру полукольцо, чистый идеал, инъективный по Бэру идеал.*

Введение

В настоящее время достаточно хорошо изучены полукольца $C^+(X)$ всех непрерывных неотрицательных функций, определенные на топологических пространствах X, относительно обычных операций сложения и умножения функций [1, 2, 3]. В статьях автора [4, 5] подробно рассмотрены некоторые свойства идеалов таких полуколец, в частности описано строение чистых и инъективных по Бэру идеалов. В представленной работе рассматриваются аналогичные свойства идеалов полуколец с тем же множеством функций, с обычной операцией умножения функций и операцией сложения, определяемой равенством

$$(f \vee g)(x) = \max\{f(x), g(x)\}$$

при всех $x \in X$, и называемой max-*сложением*. Такое полукольцо обозначается $C^{\vee}(X)$. Введенная операция совпадает с операцией взятия точной верхней грани относительно естественного поточечного порядка на множестве функций.

Основы теории полуколец изложены в книге Дж. Голана [6]. Из этого источника мы берем за основу определение полукольца, изначально предполагая, что в полукольце содержится единица, то есть нейтральный по умножению элемент. Ряд необходимых для данной работы понятий и утверждений о полукольцах будем брать из источника [7]. Отметим, что полукольца $C^+(X)$ и $C^{\vee}(X)$ коммутативны, то есть коммутативна их операция умножения, полукольцо $C^{\vee}(X)$ аддитивно идемпотентно, а полукольцо $C^+(X)$ аддитивно сократимо.

В упомянутых выше статьях о полукольцах $C^+(X)$ доказательство основных результатов опирается на метод соответствий между идеалами аддитивно сократимого полукольца $C^+(X)$ и идеалами его кольца разностей $C(X)$, состоящего из всех непрерывных действительнозначных функций. Для полукольца $C^{\vee}(X)$ подобного метода нет. Однако оказывается, что ряд рассуждений при доказательстве аналогичных фактов для кольца $C(X)$ можно перенести на полукольцо $C^{\vee}(X)$. Обоснование многих предложений переносится без изменений, поэтому в некоторых местах нашей статьи приведем лишь схемы доказательств, иллюстрируя при этом вводимые определения и показывая логику рассуждений. Те утверждения, доказательства которых в данной статье отсутствуют, полностью повторяют доказательства соответствующих утверждений из указанных выше работ. Говоря о полукольце $C^{\vee}(X)$ везде ниже будем считать пространство X тихоновским.

Основные определения и простейшие результаты об идеалах полуколец $C^{\vee}(X)$

Пусть S – произвольное полукольцо. В общем случае обозначим аддитивную операцию обычным знаком +. Непустое подмножество I полукольца S называется *правым идеалом* этого полукольца, если для любых элементов $a, b \in I$, $s \in S$ элементы $a + b$ и as также принадлежат I. Аналогичным образом определяется левый идеал (вместо элемента as рассматривается элемент sa). Так как нас интересуют в основном коммутативные полукольца $C^+(X)$ и $C^\vee(X)$, в них понятия левого и правого идеалов совпадают. Давая общие полукольцевые определения, будем считать идеалы правыми.

Заметим, что полукольца $C^+(X)$ и $C^\vee(X)$ имеют одинаковую мультипликативную структуру. Отсюда вытекают следующие утверждения. Если I есть идеал полукольца $C^+(X)$ и для любых функций f и g из I их точная верхняя грань $f \vee g$ также принадлежит I, то I является идеалом полукольца $C^\vee(X)$. И наоборот, если I есть идеал полукольца $C^\vee(X)$ и для любых функций f и g из I функция $f+g$ также принадлежит I, то I является идеалом полукольца $C^+(X)$.

Идеал полукольца, отличный от самого полукольца, называется *собственным*. Собственный идеал полукольца называется *максимальным*, если он не содержится ни в каком другом собственном идеале этого полукольца. Собственный идеал I коммутативного полукольца S называется *простым*, если для любых элементов a и b этого полукольца, из того, что ab принадлежит I, вытекает, что хотя бы один элемент a или b принадлежит I.

Идеал I полукольца S называется *строгим*, если для каждых элементов $a, b \in S$ из того, что $a+b \in I$, следует, что $a, b \in I$. Идеал I полукольца S называется *полустрогим*, если для каждых элементов $a, b \in S$, из того, что $a+b \in I$ и $a \in I$, следует, что $b \in I$.

Множество функций из $C^+(X)$ является так называемым положительным конусом решеточно упорядоченного кольца $C(X)$. А аддитивно идемпотентное полукольцо $C^\vee(X)$ получается из тех же функций, где в качестве операции сложения берется операция нахождения точной верхней грани. Учитывая леммы из источника [3, с. 16], можно высказать следующие предложения об идеалах полуколец $C^+(X)$ и $C^\vee(X)$.

Для любого идеала I полукольца $C^\vee(X)$ эквивалентны утверждения:

1) I строгий;

2) I полустрогий;

3) I выпуклый, то есть для любых функций $f, g \in C^\vee(X)$, если $f \le g$ и $g \in I$, то $f \in I$.

В полукольце $C^+(X)$ не любой полустрогий идеал является строгим. Тем не менее, идеал I полукольца $C^+(X)$ является строгим тогда и только тогда, когда I выпуклый.

Лемма 1. Выпуклые (равносильно, строгие) идеалы полуколец $C^\vee(X)$ и $C^+(X)$ совпадают.

Докажем лемму. Вначале заметим, что для любых неотрицательных функций имеют место соотношения:

$$f \vee g \le f + g \le 2(f \vee g). \qquad (1)$$

Возьмем выпуклый идеал I полукольца $C^\vee(X)$. Пусть $f, g \in I$. Тогда $f \vee g \in I$, значит, $2(f \vee g) \in I$. Из соотношения (1) вытекает, что сумма $f+g$ также принадлежит I, то есть I – выпуклый идеал полукольца $C^+(X)$.

Обратно, возьмем выпуклый идеал I полукольца $C^+(X)$. Пусть $f, g \in I$. Тогда $f+g \in I$. Снова из соотношений (1) вытекает, что $f \vee g \in I$. Значит, I – выпуклый идеал полукольца $C^\vee(X)$. Лемма доказана.

Известно, что все простые идеалы полукольца $C^+(X)$ являются строгими [8]. Абсолютно аналогично этот факт доказывается для полукольца $C^\vee(X)$. Применяя лемму 1 и учитывая, что определение простого идеала основывается только на операции умножения, можно заключить, что простые идеалы полуколец $C^\vee(X)$ и $C^+(X)$ одинаковы. Точно такой же вывод получается для максимальных идеалов.

В статье [9] говорится об условиях, когда совпадают идеалы полуколец $C^+(X)$ и $C^\vee(X)$. Для такого совпадения достаточно, чтобы пространство X было F-пространством. Тихоновское пространство называется *F-пространством*, если каждый конечно-порожденный идеал кольца $C^+(X)$ является главным. Существует множество эквивалентных характеризаций F-пространства, ряд из которых можно найти в [10, 8]. Будет ли сформулированное условие необходимым для совпадения идеалов, пока не известно. В упомянутой работе необходимое условие дополняется рядом предположений.

Говорят, что идеал I полукольца S *выделяется прямым слагаемым*, если существует такой идеал J этого же полукольца, что любой элемент из S может быть однозначно представлен в виде суммы двух элементов, один из которых лежит в идеал I, а другой – в идеале J. Известно, что идеал I произвольного полукольца с единицей выделяется прямым слагаемым тогда и только тогда, когда I порождается дополняемым идемпотентом [7]. Стандартными рассуждениями можно показать, что любой идемпотент полукольца $C^\vee(X)$ является дополняемым. Поэтому также как в случае полукольца $C^+(X)$ [4], нетрудно убедиться в справедливости следующего утверждения.

Лемма 2. Для любого идеала I полукольца $C^\vee(X)$ эквивалентны следующие условия:

1) I выделяется прямым слагаемым;

2) I имеет вид $eC^{\vee}(X)$, где e – идемпотент полукольца $C^{\vee}(X)$;

3) I имеет вид M_B для открыто-замкнутого множества B.

Здесь под M_B понимается множество $\{f \in C^{\vee}(X) \mid B \subseteq \mathrm{Z}(f)\}$, которое для любого B является идеалом полукольца $C^{\vee}(X)$. Через $\mathrm{Z}(f)$ обозначено нуль-множество функции f, то есть такая часть пространства X, на котором функция принимает нулевые значения.

Если J – идеал полукольца $C^{\vee}(X)$, то множество вида (являющееся идеалом)

$$\mathrm{Ann}\, J = \{g \in C^{\vee}(X) \mid g \cdot f = 0\ (\forall f \in J)\}$$

называется *аннуляторным идеалом*. В пересечения идеалов J и $\mathrm{Ann}\, J$ лежит только нулевая функция, так как равенство $g^2 = 0$ влечет, что $g = 0$.

Множество B пространства X называется *канонически замкнутым*, если оно является замыканием какого-то открытого множества в X. При этом, канонически замкнутое множество B будет замыканием своей внутренности, то есть $B = \overline{B^{\circ}}$ [1, с. 25].

Лемма 3. Аннуляторные идеалы полукольца $C^{\vee}(X)$ совпадают с идеалами M_B для канонически замкнутых множеств B.

Эта лемма справедлива также для полукольца $C^{+}(X)$ и для кольца $C(X)$, при этом доказывается совершенно аналогично [1, с. 88].

Чистые идеалы полуколец $C^{\vee}(X)$

Идеал I полукольца S называется *чистым* [1, с. 137], если любые два элемента $a, b \in I$ имеют общую левую локальную единицу, то есть выполняется соотношение:

$$\forall a, b \in I\ \exists e \in I\ (a = ea, b = eb).$$

Лемма 4. Для любого идеала I полукольца $C^{\vee}(X)$ равносильны утверждения:

1) I – чистый;

2) $\forall f \in I\ \exists e \in I\ (f = ef)$;

3) $\forall f \in I\ \exists e \in I, e \le 1\ (f = ef)$.

Из утверждения 1) очевидно вытекает 2).

Обоснуем, что из 3) вытекает 1). Предположим, что верно условие 3). Возьмем две произвольные функции f и g из идеала I. Тогда найдутся две функции e_1 и e_2 из этого же идеала, такие, что $f = e_1 f$, $g = e_2 g$, причем $e_1 \le 1$, $e_2 \le 1$. Определим функцию $e = e_1 \vee e_2 \vee e_1 e_2$. Имеем:

$$ef = e_1 f \vee e_2 f \vee e_1 e_2 f = f \vee e_2 f \vee e_2 f =$$

$$= f(1 \vee e_2) = f1 = f.$$

Аналогично получаем, что $eg = g$. Чистота идеала I доказана.

Доказательство оставшегося следствия из 2) в 3) полностью дублирует рассуждения соответствующего абзаца при доказательстве предложения 2.1 из работы [5].

Из доказанной леммы вытекает

Лемма 5. Каждый чистый идеал полукольца $C^{\vee}(X)$ является строгим.

Доказательство этой леммы полностью повторяет доказательство соответствующего предложения для полукольца $C^{+}(X)$ [5].

Так как мультипликативные полугруппы полуколец $C^{+}(X)$ и $C^{\vee}(X)$ одинаковы, а определение чистого идеала опирается только на операцию умножения, то из того, что I является чистым идеалом в $C^{\vee}(X)$ и идеалом полукольца $C^{+}(X)$, следует, что I является чистым идеалом полукольца $C^{+}(X)$. Обратный переход аналогичен. Поэтому из лемм 1 и 5 вытекает, что чистые идеалы полукольца $C^{\vee}(X)$ – это в точности чистые идеалы полукольца $C^{+}(X)$.

Для множества B пространства X определим идеалы полукольца $C^{\vee}(X)$:

$$O^{B} = \left\{ f \in C^{\vee}(X) : B \subseteq \left(\overline{\mathrm{Z}(f)}_{\beta X} \right)^{\circ} \right\}.$$

Здесь βX означает стоун-чеховскую компактификацию пространства X.

Учитывая строение чистых идеалов полукольца $C^{+}(X)$ [5], получаем следующий результат.

Теорема 1. Чистые идеалы полукольца $C^{\vee}(X)$ совпадают с идеалами вида O^{B} для замкнутых множеств $B \subseteq \beta X$.

Инъективные по Бэру идеалы полуколец $C^{\vee}(X)$

Основное свойство идеалов данного пункта в общем случае рассматривается для полумодулей. Сформулируем необходимые определения. Пусть даны коммутативная полугруппа $(M, +)$ с нейтральным элементом 0 и полукольцо S. Рассмотрим отображение $M \times S \to M$, обозначаемое ms, где $m \in M$, $s \in S$, удовлетворяющее следующим свойствам:

1) $m(s + t) = ms + mt$,

2) $(m + n)s = ms + ns$,

3) $m(st) = (ms)t$,

4) $m1 = m$,

5) $0s = m0 = 0$ для любых $m, n \in M$, $s, t \in S$.

Такую полугруппу называют *правым полумодулем* над полукольцом S или (*S-полумодулем*). Термин «правый» в дальнейшем будем опускать.

Понятно, что полукольцо S и любой его правый идеал являются S-полумодулями, в которых отображение ms совпадает с полукольцевой операцией умножения. Заметим, что понятие чистого идеала можно рассматривать как частный случай понятия чистого полумодуля [3, с. 43, 56].

Если M и N – S-полумодули, то *S-полумодульным гомоморфизмом* называется отображение $\varphi : M \to N$, удовлетворяющее свойствам: $\varphi(m + n) = \varphi(m) + \varphi(n)$ и $\varphi(ms) = \varphi(m)s$ для любых $m, n \in M$, $s \in S$.

Пусть S – произвольное полукольцо. Тогда S-полумодуль M называется *инъективным по Бэру*, если для любого правого идеала I полукольца S и для произвольного S-полумодульного гомоморфизма $\varphi : I \to M$, существует S-полумодульный гомоморфизм $\psi: S \to M$, продолжающий φ. Взяв в качестве S-полумодуля M идеал полукольца S, получаем понятие инъективного по Бэру идеала. Полукольцо S называется *самоинъективным по Бэру*, если оно является инъективным по Бэру S-полумодулем.

Возьмем произвольный инъективный по Бэру идеал полукольца $C^{\vee}(X)$ и рассмотрим тождественное отображение $\varphi : I \to I$. Так как оно является $C^{\vee}(X)$-полумодульным гомоморфизмом, то существует его продолжение $\psi: C^{\vee}(X) \to I$. Обозначим образ единицы через e. Имеем равенства:

$$e^2 = ee = \psi(1)e = \psi(1e) = \psi(e) = \varphi(e) = e \text{ и}$$

$$ef = \psi(1)f = \psi(f) = \varphi(f) = f, \text{ если } f \in I.$$

Получаем, что функция e – идемпотент и $I = eC^{\vee}(X)$. В силу леммы 2 имеет место

Лемма 6. Любой инъективный по Бэру идеал полукольца $C^{\vee}(X)$ выделяется в нем прямым слагаемым.

Полукольцо называется *регулярным*, если для любого его элемента a найдется элемент b, такой, что $a = aba$.

Лемма 7. Каждое самоинъективное по Бэру полукольцо $C^{\vee}(X)$ регулярно и его аннуляторные идеалы выделяются прямыми слагаемыми.

Регулярность указанного в лемме полукольца устанавливается совершенно аналогично регулярности самоинъективного по Бэру полукольца $C^{+}(X)$ [4]. Отметим, что для тихоновского пространства X регулярность полукольца $C^{\vee}(X)$, также как полукольца $C^{+}(X)$ и кольца $C(X)$, равносильна тому, что нуль-множество любой непрерывной функции открыто-замкнуто, а это в свою очередь равносильно тому, что пространство X является P-пространством, то есть пересечение любого счетного семейства его открытых множеств открыто.

Докажем второе упомянутое в лемме свойство. Пусть $C^{\vee}(X)$ – самоинъективное по Бэру полукольцо. Возьмем произвольный идеал J и рассмотрим его аннулятор $I = \mathrm{Ann}\, J$. Обоснуем вначале, что каждый элемент u суммы идеалов I и J имеет однозначное разложение в виде $f \vee g$, где $f \in I$, $g \in J$. Допустим, что этот же элемент u имеет другой вид $f_1 \vee g_1$, где $f_1 \in I$, $g_1 \in J$. Умножим равенство $f \vee g = f_1 \vee g_1$ на g_1, получим функцию $gg_1 = (g_1)^2$, так как произведение элементов из идеалов I и J равно 0. Умножив это же равенство на g, получим $g^2 = g_1 g$. Отсюда $(g_1)^2 = g^2$, значит, $g_1 = g$. Аналогично показывается, что $f_1 = f$.

Теперь рассмотрим отображение $\varphi : I \vee J \to C^{\vee}(X)$, заданное правилом $\varphi(f \vee g) = f$. Легко видеть, что оно является $C^{\vee}(X)$-полумодульным гомоморфизмом. Значит, существует его продолжение $\psi : C^{\vee}(X) \to C^{\vee}(X)$. Обозначим $e = \psi(1)$. Для любых функций $f \in I$ и $g \in J$ имеем:

$$f = \varphi(f \vee g) = \psi(f \vee g) = \psi(1 \cdot (f \vee g)) =$$

$$= \psi(1)(f \vee g) = e(f \vee g).$$

В частности, если $g = 0$, то $f = ef$ для любой функции $f \in I$. Если $f = 0$, то $0 = eg$ для любой функции $g \in J$. Поэтому $e \in \mathrm{Ann}\, J = I$. Подставим в равенство $f = ef$, справедливое для всех $f \in I$, вместо f функцию e. Получим равенство $e^2 = e$. Таким образом, I имеет вид $eC^{\vee}(X)$, где e – идемпотент полукольца $C^{\vee}(X)$. По лемме 2 идеал I выделяется прямым слагаемым. Лемма 7 доказана.

Топологическое пространство X называется *экстремально несвязным*, если замыкание каждого его открытого множества открыто. Пространство X называется **c**-*пространством*, если пересечение произвольного семейства его открытых множеств, мощность которого не превосходит мощности континуума, открыто.

Из сформулированных лемм вытекает

Теорема 2. Полукольцо $C^{\vee}(X)$ самоинъективно по Бэру тогда и только тогда, когда X – экстремально несвязное **c**-пространство.

Рассмотрим схему доказательства этой теоремы. Пусть полукольцо $C^{\vee}(X)$ самоинъективно по Бэру. Тогда оно регулярно, то есть все нуль-множества открыто-замкнуты. Возьмем произвольное открытое множество A пространства X. По леммам 3 и 7 для канонически замкнутого множества $\overline{A}$ аннуляторный идеал $M_{\overline{A}}$ выделяется прямым слагаемым, значит, по лемме 1, он имеет вид M_B, где множество B открыто-замкнуто. Известно, что в тихоновском пространстве X равенство идеалов $M_{\overline{A}} = M_B$ для замкнутых множеств $\overline{A}$ и B влечет равенство этих множеств, откуда вытекает, что замыкание открытого множества A также открыто. Тем самым доказана экстремальная несвязность пространства X. Доказательство того, что X является **c**-пространством дословно повторяет соответствующее доказательство для кольца $C(X)$ [1, с. 100–103].

Доказательство обратного утверждения также проводится с полной аналогией рассуждений для кольца $C(X)$. Поэтому теорему 1 можно считать доказанной.

Пусть B – открыто-замкнутое множество. Нетрудно проверить, что отображение, которое каждой функции $f \in C^{\vee}(X \setminus B)$ ставит в соответствие непрерывную функцию

$$g = \begin{cases} f & \text{на } X \setminus B \\ 0 & \text{на } B, \end{cases} \in M_B,$$

является изоморфизмом полуколец $C^{\vee}(X \setminus B)$ и M_B. Единицей полукольца M_B является функция, равна 1 на $X \setminus B$, и равная 0 на X.

Лемма 8. Если B открыто-замкнутое множество, то идеал M_B полукольца $C^{\vee}(X)$ инъективен по Бэру тогда и только тогда, когда M_B – самоинъективное по Бэру полукольцо.

Из лемм 2, 6, 8 и теоремы 2 вытекает

Теорема 3. Идеал I полукольца $C^{\vee}(X)$ инъективен по Бэру тогда и только тогда, когда I есть идеал M_B, где B – открыто-замкнутое множество в X, а $X \setminus B$ – экстремально несвязное **c**-пространство.

Доказательство теоремы. Если идеал I полукольца $C^{\vee}(X)$ инъективен по Бэру, то он выделяется прямым слагаемым (лемма 6), значит, I есть идеал M_B, где B – открыто-замкнутое множество в X (лемма 2). Учитывая, что M_B изоморфно $C^{\vee}(X \setminus B)$ и по лемме 8 получаем, что $C^{\vee}(X \setminus B)$ – самоинъективное по Бэру полукольцо, значит, $X \setminus B$ – экстремально несвязное **c**-пространство (теорема 1).

Обратно, пусть идеал I имеет вид M_B, где множество B открыто-замкнуто, а $X \setminus B$ – экстремально несвязное **c**-пространство. Значит, полукольцо M_B самоинъективно по Бэру. Отсюда заключаем, что идеал M_B полукольца $C^{\vee}(X)$ инъективен по Бэру. Теорема доказана.

Литература

1. Вечтомов Е. М. Элементы функциональной алгебры: монография: в 2 т. Т. 1 / Е. М. Вечтомов, Е. Н. Лубягина, В. В. Сидоров, Д. В. Чупраков [под ред. Е. М. Вечтомова]. – Киров: ООО «Изд-во Радуга-ПРЕСС», 2016. – 384 с.
2. Вечтомов Е. М. Элементы функциональной алгебры: монография: в 2 т. Т. 2 / Е. М. Вечтомов, Е. Н. Лубягина, В. В. Сидоров, Д. В. Чупраков [под ред. Е. М. Вечтомова]. – Киров: ООО «Изд-во Радуга-ПРЕСС», 2016. – 316 с.
3. Вечтомов Е. М. Полукольца непрерывных функций: монография / Е. М. Вечтомов, В. В. Сидоров, Д. В. Чупраков. – Киров: Изд-во Вятского государственного гуманитарного университета, 2011. – 312 с.
4. Широков Д. В. Инъективность по Бэру для полуколец непрерывных неотрицательных функций // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2005. – Вып. 7. – С. 94-104.
5. Широков Д. В. Идеалы полуколец непрерывных неотрицательных функций: чистота и проективность // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2005. – № 12. – С. 201-210.
6. Golan J. S. The theory of semirings with applications in mathematics and theoretical computer science. – Longman scientific and technical. Harlow, 1992.
7. Вечтомов Е. М. Элементы теории полуколец: монография / Е. М. Вечтомов, Е. Н. Лубягина, В. В. Чермных. – Киров: ООО «Изд-во Радуга-ПРЕСС», 2012. – 228 с.
8. Варанкина В. И., Вечтомов Е. М., Семенова И. А. Полукольца непрерывных неотрицательных функций: делимость, идеалы, конгруэнции // Фундаментальная и прикладная математика. – 1998. – Т. 4. № 2. – С. 493-510.
9. Сидоров В. В. Об условиях совпадения идеалов и max-идеалов в полукольце непрерывных функций // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2008. – Вып. 10. – С. 89-92.
10. Gilman L., Jerison M. Rings of continuous functions. – N. J.: Springer-Verlag, 1976.

Широков Д. В. Об идеалах полуколец непрерывных неотрицательных функций с max-сложением. *В работе рассмотрены некоторые свойства идеалов полуколец $C^{\vee}(X)$ всех непрерывных неотрицательных функций, определенных на тихоновском пространстве X, с обычной операцией умножения функций и операцией max-сложения. Сформулирован критерий самоинъективного по Бэру полукольца $C^{\vee}(X)$. Описано строение чистых и инъективных по Бэру идеалов данного полукольца.*

Ключевые слова: *полукольцо непрерывных неотрицательных функций, max-сложение, самоинъективное по Бэру полукольцо, чистый идеал, инъективный по Бэру идеал.*

Shirokov D.V. On ideals of semirings of continuous non-negative functions with max-addition. *In the work we consider some properties of ideals of semirings $C^{\vee}(X)$ of all continuous non-negative functions defined on a Tikhonov space X with the usual operation of multiplication of functions and the operation max-addition. The criterion for the semiring $C^{\vee}(X)$ to be self-injective by Baer is formulated. The structure of ideals of the semiring for cases when they are pure or injective by Baer is described.*

Keywords: *semiring of continuous nonnegative functions, max-addition, semiring that self-injective by Baire, pure ideal, ideal that injective by Baire.*

Статья поступила в редакцию 20.5.2017
Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат.. наук А.С. Миненко