

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ**



**ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА**

**1(3)**

**Донецк – 2016**

УДК 004.3+004.9+004.2+51.7+519.6+519.7

**ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА**, № 1(3), – Донецк: ДонНТУ,  
2016.

Представлены материалы по вопросам приоритетных направлений научно-технического обеспечения в области информатики, кибернетики и вычислительной техники.

Материалы предназначены для специалистов народного хозяйства, ученых, преподавателей, аспирантов и студентов высших учебных заведений.

Редакционная коллегия

**Главный редактор:** Павлыш В.Н., д.т.н., проф.

**Зам. глав. ред.:** Андрюхин А.И., к.т.н., с.н.с.

**Ответственный секретарь:** Завадская Т.В., к.т.н., доц.

**Члены редакционной коллегии:** Аверин Г.В., д.т.н., проф. Аноприенко А.Я., к.т.н., проф.

Григорьев А.В., к.т.н., доц., Грунский И.С., к.т.н., проф., Зинченко Ю.Е., к.т.н., доц.

Звягинцева А.В., к.т.н., доц., Миненко А.С., д.т.н., проф., Скобцов Ю.А., д.т.н., проф.,

Шелепов В.Ю., д.т.н., проф., Карабчевский В.В., к.т.н., доц. Федяев О.И., к.т.н., доц.

Рекомендовано к печати ученым советом ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет» Министерства образования и науки ДНР. Протокол № 5 от 24 июня 2016 г.

Журнал зарегистрирован в Министерстве образования и науки ДНР № 307 от 06.08.2015

Контактный адрес редакции

ДонНТУ, ул. Артема, 58, Донецк, 83001

Тел.: +380 (62) 301-08-56. Эл.почта: [infcyb.donntu@yandex.ru](mailto:infcyb.donntu@yandex.ru)

Интернет: <http://infcyb.donntu.org>

© Донецкий национальный технический университет  
Министерство образования и науки ДНР, 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| Компьютерный прогресс и задачи небесной механики: исторический ракурс<br>Андрюхин А.И., Судаков С.Н. ....  | 4  |
| Влияние формы представления и структуры систем на точность их исследования и эффективность функционирования.<br>Андрюхин А.И. ....   | 12 |
| Анализ современных подходов к процедурам узнавания и распознавания лиц для систем биометрического контроля.<br>Аноприенко А. Я., Иваница С. В., Лычагин Р. В. ....                           | 25 |
| Речевой интерфейс для интеллектуализации ввода компьютерных программ<br>Бакаленко В.С., Федяев О.И. ....   | 32 |
| Моделирование локальных упругих характеристик нанокompозитов на основе анодного $Al_2O_3$ с нитевидными порами, заполненными Cu, Ag и Au<br>Бардушкин В.В., Кириллов Д.А., Шиляева Ю.И. .... | 38 |
| Анализ видео трафика<br>Бельков Д.В., Едемская Е.Н. ....   | 44 |
| О конгруэнциях на мультипликативно идемпотентных полукольцах<br>Вечтомов Е. М., Петров А.А. ....   | 52 |
| Способ представления множеств последовательностей.<br>Дорохина Г.В., Павлыш В.Н. ....  | 56 |
| Программная система встраивания информации в изображения с использованием стеганографических и криптографических алгоритмов<br>Егоров А.А., Чернышова А.В. ....                              | 65 |
| Модели и инструментальные средства для комплексной оценки развития стран, регионов и городов<br>Звягинцева А.В., Аверин Г.В. ....  | 72 |
| Информационные технологии при моделировании и распознания лица человека по его мимическим изображениям<br>Миненко А.С. ....  | 81 |
| Формулы понижения натуральной степени тригонометрических функций в интегральном исчислении.<br>Мироненко Л.П., Пустовая Ю.В. ....  | 86 |
| Описание и программная реализации методов обработки данных для повышения точности прогнозирования<br>Рычка О.В. ....   | 92 |
| Разработка базовых структур системы искусственного интеллекта для реализации нечеткого управления с использованием функций принадлежности нескольких аргументов<br>Тарасова И.А. ....        | 98 |

УДК 004.0-531.38

## Компьютерный прогресс и задачи небесной механики: исторический ракурс

А.И. Андрюхин<sup>1</sup>, к.т.н, с.н.с., С.Н. Судаков<sup>2</sup>, д.ф.-м.н., в.н.с.  
<sup>1</sup>Донецкий национальный технический университет, г. Донецк,  
<sup>2</sup>Институте прикладной математики и механики, г. Донецк  
alexandruckin@ramber.ru, sudakov@iamm.su

*Андрюхин А.И. С.Н.Судаков. Компьютерный прогресс и задачи небесной механики: исторический ракурс. В работе выполнен ряд компьютерных экспериментов. Они связаны с основной задачей небесной механики, как задача N-тел. Целью работы является оценка временных характеристик компьютерных расчетов базовых решений в истории задачи трех тел. Эксперименты выполнены для экстраполяции полученных результатов для задачи трех жидких гравитирующих тел. В расчетах использовались математические пакеты Maple и Mathematica. Приведены визуальные результаты компьютерных расчетов.*

**Ключевые слова:** задача трех тел, небесная механика, компьютерное моделирование, проблема Пифагора.

### Введение

Известно, что большинство задач небесной механики описываются системами обыкновенных дифференциальных уравнений, которые в конечном виде не интегрируются. Вследствие этого приходится прибегать к различным приближенным способам интегрирования, из которых выделим многочисленные приемы численного интегрирования и применение бесконечных рядов различного вида.

Даже простые физические системы, действующие согласно известным несложным законам (закон всемирного тяготения Ньютона) движутся по необычным непредсказуемым траекториям. Анри Пуанкаре привел пример подобного движения в известной проблеме трех тел, но подчеркнем, что при этом согласно теореме Пуанкаре-Бендиксона предельное поведение непрерывных траекторий для плоскости не может быть хаотическим. Однако на определенном этапе дискретные системы могут проявить хаотическое поведение даже в одномерном пространстве.

Компьютер стал полноправным участником при исследовании задач небесной механики, в частности при исследовании проблемы N-тел и тесно связанной с ней и другими известными проблемами теории хаоса. В последней мы обычно выполняем огромный объем вычислений, состоящий в итеративном применении простых математических операций. Компьютеры позволяют эффективно выполнять эти действия, которые делать вручную практически невозможно. Второй важной чертой использования компьютеров является их фантастически выросшие за последние два

десятилетия возможности визуализации результатов расчетов современных динамических систем.

Основным содержанием статьи является взгляд в прошлое классической проблемы N-тел в соотнесении с современным компьютерным прогрессом. При этом мы подчеркнем легкость получения тривиальных и даже нетривиальных результатов с использованием современных инструментальных математических пакетов. Авторами рассмотрен случай двух жидких гравитирующих тел и выполнен ряд расчетов для объектов Солнечной системы. В некоторых случаях это потребовало многочасовых расчетов. Это обстоятельство и увеличение числа жидких взаимодействующих тел привело авторов к необходимости выполнить компьютерные расчеты для известных теоретических результатов для твердых тел.

В последние годы наблюдается увеличение спроса на решения общей задачи трех тел в различных астрофизических ситуациях. Например, двойные звезды и их взаимодействия с одиночными звездами играют важную роль в эволюции звездных скоплений. Тройные звездные системы являются еще одним очевидной астрофизической проблемой трех тел. Многие другие астрофизические явления происходят в тройных системах.

Задачей исследования является оценка временных характеристик известных теоретических результатов для твердых тел с целью экстраполяции этих данных для новых схем расчетов с жидкими гравитирующими телами.

**Проблема трех тел**

Основной задачей небесной механики является задача  $N$  тел, которой посвящены множество публикаций [1-20]. В ней рассматриваются  $N$  материальных точек с известными массами  $\{m_i\}$ ,  $i=1,N$ , и взаимодействие между ними определено законом тяготения Ньютона. Требуется найти траектории движения точек для всех последующих моментов времени при условии, что заданы в начальный момент времени  $t=0$  положения и скорости каждой точки  $\mathbf{r}_i|_{t=0} = \mathbf{r}_{i0}$ ,  $\mathbf{v}_i|_{t=0} = \mathbf{v}_{i0}$ . Согласно закона Ньютона движение тел описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i,$$

$$\frac{dv_i}{dt} = \sum_{j \neq i}^N G m_j \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3},$$

где  $G$  - гравитационная постоянная,  $m_i$ ,  $\mathbf{r}_i$ ,  $\mathbf{v}_i$  - масса, радиус-вектор и скорость  $i$ -го тела,  $i=1,N$ [5,12].

В практической программной реализации были справедливы следующие условия или положения:

- 1) была выбрана барицентрическая система координат (начало в центре масс системы расчетных тел);
- 2) уравнения были выражены в безразмерных величинах ;
- 3) единица расстояния-земной радиус;
- 4) единица времени-земные сутки;
- 5) при расчетах использовались различные инициальные конфигурации системы Земля(Е)-Луна(М)-Солнце(С), из которых выделим изображенную на рис.1.
- 6) расчеты производились на процессоре i3 4170 (частота 3.7 ГГц) в средах Maple и Mathematica.

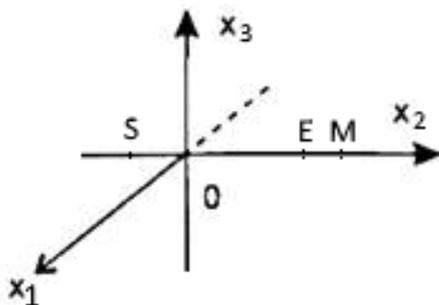


Рисунок 1-Инициальная конфигурация проблемы трех тел.

использование известных математических представлений в до сих пор актуальных вариантах проблемы трех тел прекрасно иллюстрируется на примере проблемы Пифагора, которой занимался Бурро в 1913 году[3]. В ней мы рассматриваем начальную конфигурация из трех тел, которые первоначально размещены в углах пифагорова треугольника и их массы соотносятся , как 3, 4 и 5 единицы согласно рис.2. В начальный момент времени тела находятся в состоянии покоя. Основной расчет Бурро показал типичное поведение системы трех тел: два тела приближаются друг к другу, имеют опасную близость (столкновение), а затем отступают друг от друга.

Впоследствии другие варианты встречи двух тел были рассчитаны Бурро, но естественно его возможности в то время были ограничены.

Только после использования современных компьютеров последовал финальный вывод по анализу этой ситуации, напомилавшей небесный танец.

Позже расчеты показали, что решения задачи Пифагора вполне типичны для изначально связанной системы трех тел.

После многих близких подходов двух тел, возникает конфигурация, которая приводит к уходу одного из тела и формирования общего тела из двух других тел, но этот результат был получен спустя более 50 лет после расчетов Бурро.

Используя математические пакеты Maple и Mathematica, в настоящей работе получены результаты аналогичные в [3]. Они представлены для этой конфигурации на рис. 3-11.

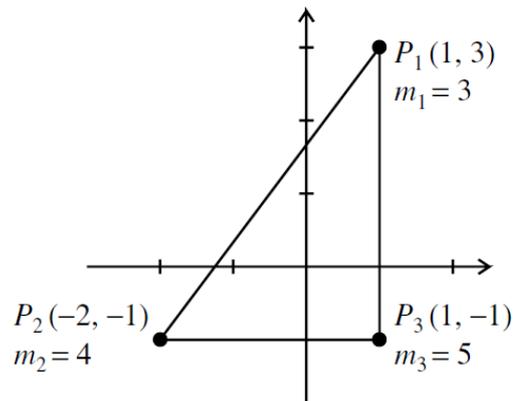


Рисунок 2-Инициальная конфигурация проблемы Пифагора.

Введем обозначения:

- (xi11, xi12, xi13)-координаты Земли,
- (xi21, xi22, xi23)-координаты Луны,
- (xi31, xi32, xi33)-координаты Солнца).

**Проблема Пифагора в небесной механике**

Влияние компьютерного прогресса и

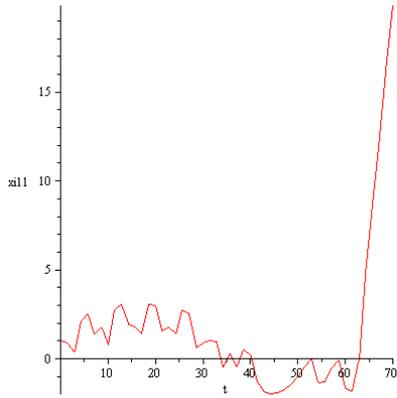


Рисунок 3-Движение тела m1 -координата xi11

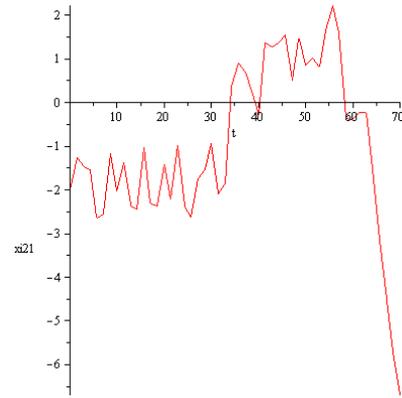


Рисунок 6-Движение тела m2 -координата xi21

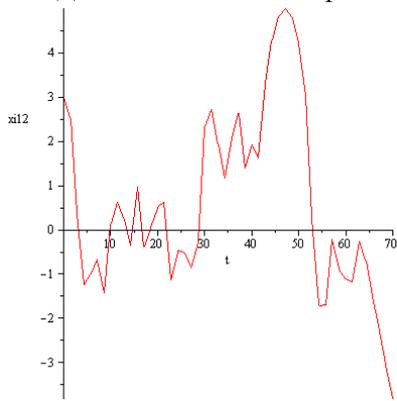


Рисунок 4-Движение тела m1 -координата xi12.

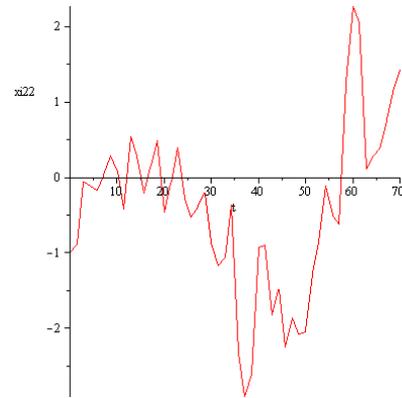


Рисунок 7-Движение тела m2 -координата xi22

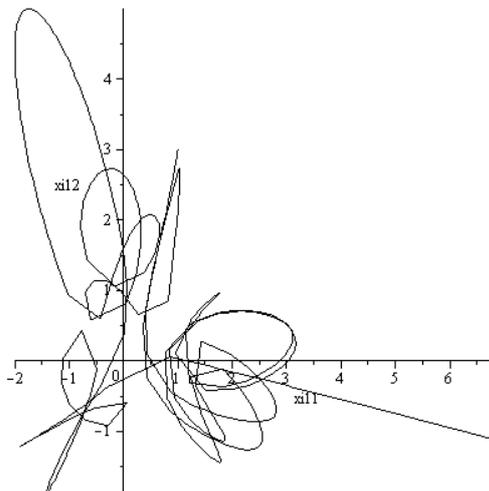


Рисунок 5-Движение тела m1 в плоскости (xi11,xi12).

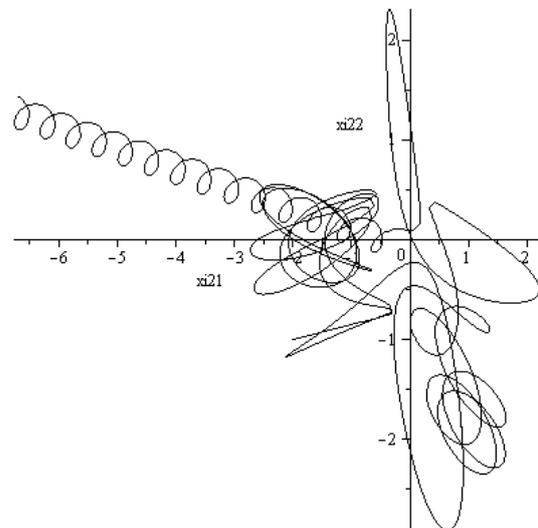


Рисунок 8-Движение тела m2 в плоскости (xi21,xi22).

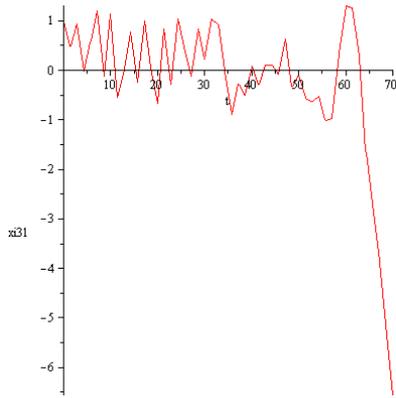


Рисунок 9-Движение тела m3 -координата x31

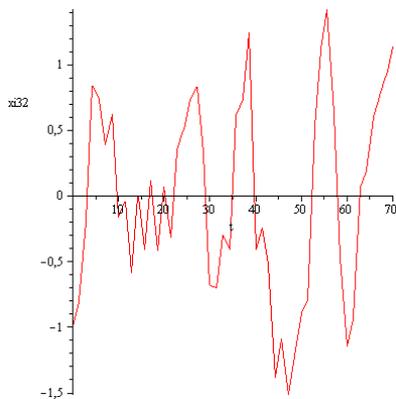


Рисунок 10-Движение тела m3 -координата x32

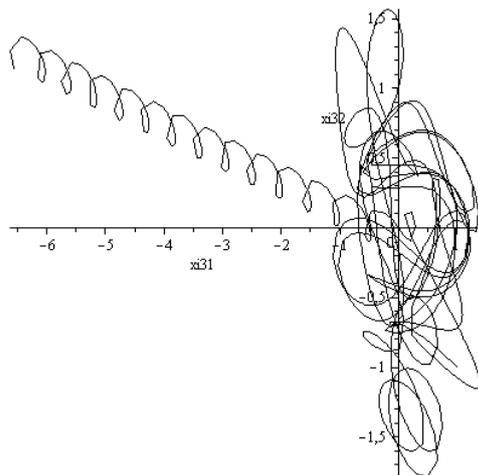


Рисунок 11-Движение тела m3 в плоскости (x31,x32).

**Проблема двух тел**

Эта модель не представляет особого интереса ввиду имеющегося аналитического решения. Время моделирования системы Земля-Солнце -5 лет(~1825 суток). Согласно рисунку

интересным является тот факт, что Солнце движется в барицентрической системе координат по орбите с радиусом порядка 13% от радиуса Земли, т.е. примерно 800 км .

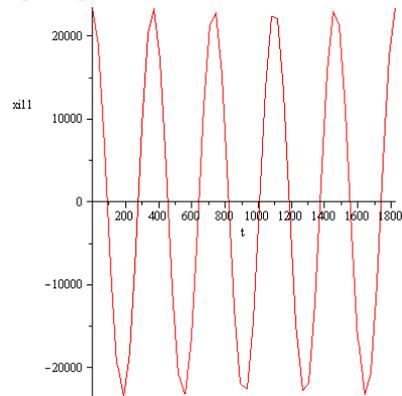


Рисунок 12-Движение Земли --координата x11.

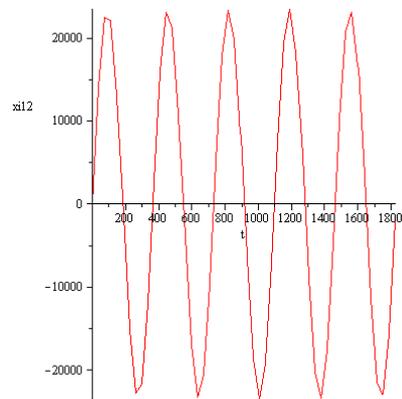


Рисунок 13-Движение Земли --координата x12.

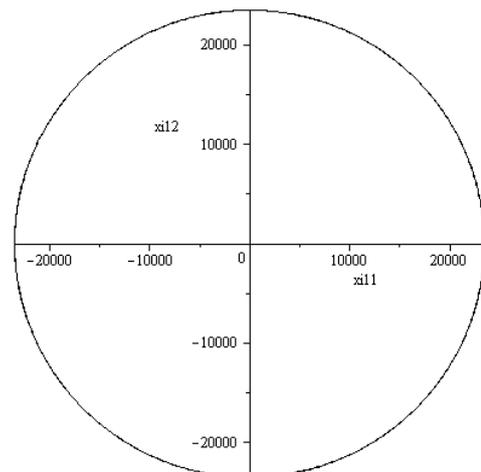


Рисунок 14-Движение Земли в плоскости (x11,x12).

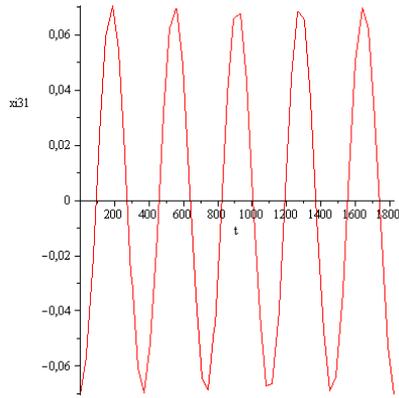


Рисунок 15-Движение Солнца -координата  $x_{131}$ .

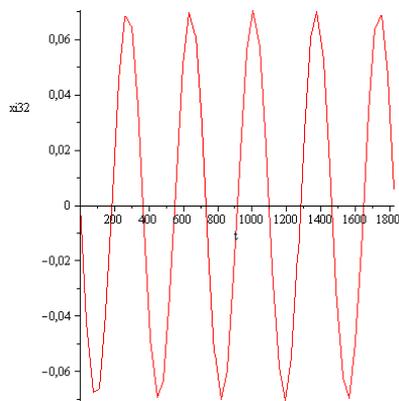


Рисунок 16-Движение Солнца --координата  $x_{132}$ .

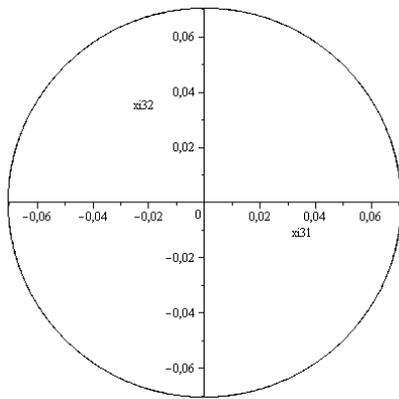


Рисунок 17-Движение Солнца в плоскости  $(x_{131}, x_{132})$ .

### Проблема трех тел

Поведение трех тел при моделировании с различными начальными данными может быть чрезвычайно разнообразным. Так на рис.20 показана траектория Луны (ее уход из инициальной конфигурации) при ее небольшой

начальной скорости, а на рис.18-19 проекции движения.

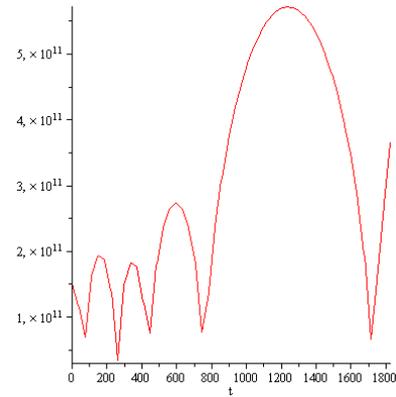


Рисунок 18-Движение Луны --координата  $x_{121}$ .

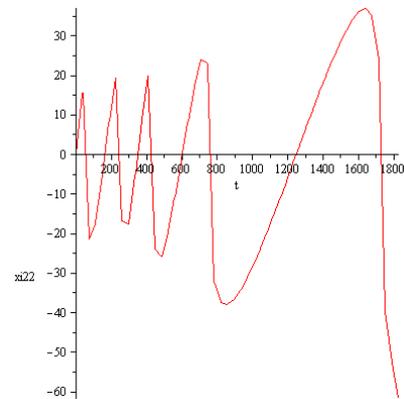


Рисунок 19-Движение Луны --координата  $x_{122}$ .

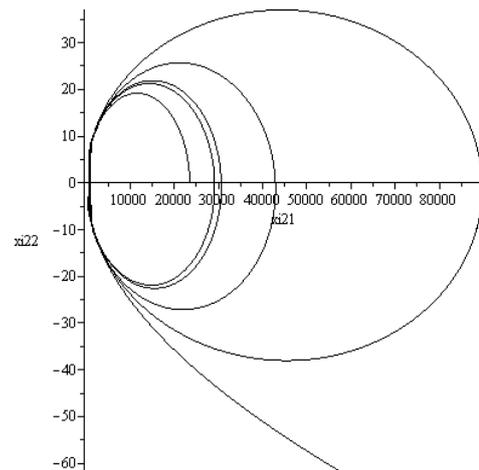


Рисунок 20-Движение Луны в плоскости  $(x_{121}, x_{122})$ .

Иной характер носят движения этих объектов на рис.21-24 при начальных условиях, которые мы определяем из реальных наблюдений.

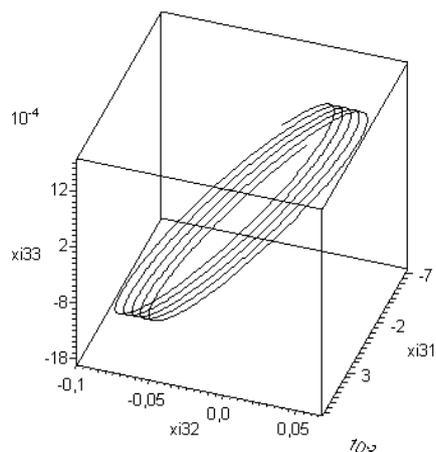


Рисунок 21-Движение Солнца за 5 лет в барицентрической системе координат

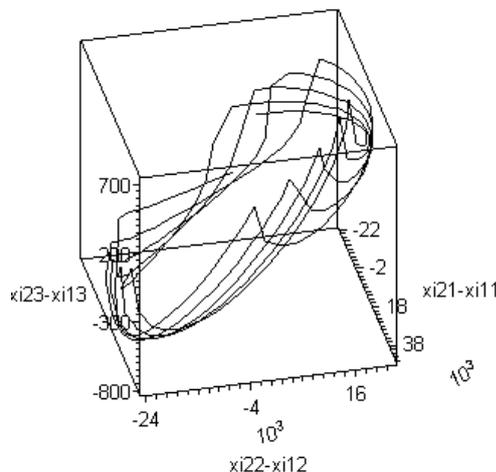


Рисунок 24-Движение Луны вокруг Земли за 5 лет

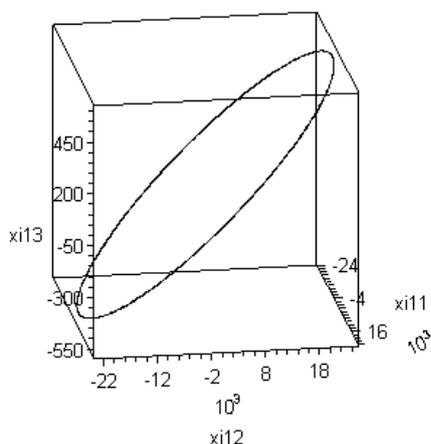


Рисунок 22-Движение Земли за 5 лет в барицентрической системе координат.

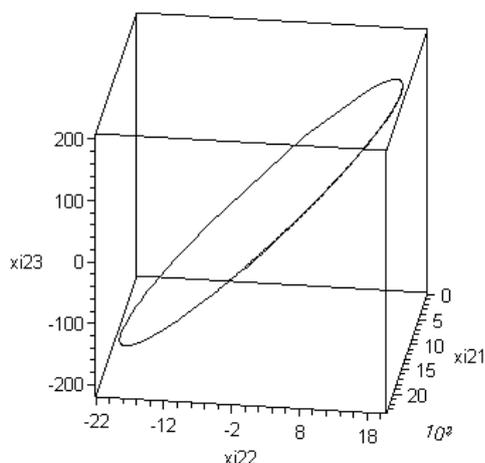


Рисунок 23-Движение Луны за полгода в барицентрической системе координат

### **Современные численные решения проблемы многих тел**

Компьютерный прогресс значительно изменил отношение специалистов к проблеме многих тел. В частности, использование графических процессоров позволило значительно ускорить время численного моделирования этой проблемы. Так представленные результаты в [17] показывают почти 200-кратное увеличение скорости расчетов в проблеме многих тел по сравнению с двухядерным процессором Duo Core.

Отметим, что авторы работы [17] использовали так называемый алгоритм вычисления силы взаимодействий между всеми парами из всей совокупности всех тел. Тем самым мы оцениваем эволюцию системы тел, в которой каждое тело непрерывно взаимодействует с любым другим телом. С помощью этого алгоритма возможно численно моделировать не только астрофизическое поведение тел в небесной механике, но и турбулентные течения жидкости, рассчитывать электростатические силы, силы Ван дер Ваальса, сворачивание белка, характеристики освещения в компьютерной графике и т.п.

Пример расчета поведения 16384 тел представлен на рис. 25. Первоначальная конфигурация представляет собой сферу из тел, вращающихся вокруг оси. Было выполнено GPU (GeForce 8800) моделирование проблемы N-тел тела с графическим отображением движения в интерактивном режиме N=16K тел при 44 кадрах в секунду.

Код CUDA для этого приложения доступен в CUDA SDK на [www.nvidia.com/CUDA~~pobj](http://www.nvidia.com/CUDA~~pobj)

**Выводы**

Визуальные результаты были получены за приемлемое для практики время (не более 10 минут процессорного времени на расчет).

Практическая значимость этих результатов состоит в обосновании попытки экстраполяции результатов, полученных при работе с двумя жидкими гравитирующими телами на модели с тремя телами.

Направление дальнейших исследований связано с интересными для космонавтики случаями задачи  $N$  тел, когда масса одного тела ничтожно мала по сравнению с массами других тел.

В роли этого тела обычно выступает космическая ракета, автоматическая межпланетная станция или зонд. При расчете этих вариантов мы не учитываем ускорения, которые сообщаются малым телом каждому из больших тел. Это означает, что мы пренебрегаем силами, с которыми малое тело притягивает большие тела. Мы пренебрегаем этими силами потому, что малы вызываемые ими ускорения.

Такие варианты так называемой ограниченной задачи  $N$ -тел активно разрабатываются и их качественные исследования, аналитические и вычислительные решения важны для практики космических полетов обычно при  $N=2,3,4$ .

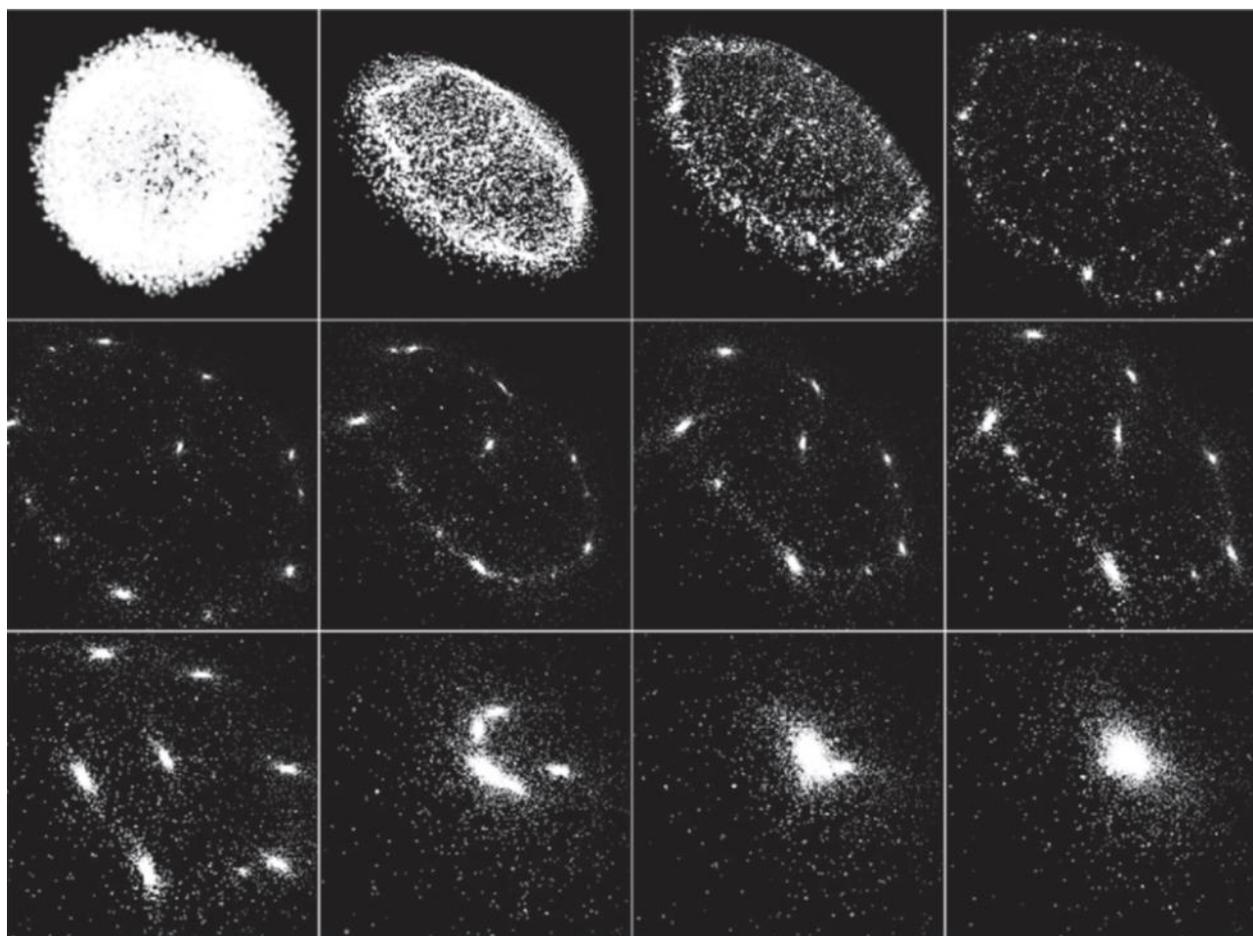


Рис.25.Эволюция системы из 16384 тел

**Литература**

1. Пуанкаре А. Лекции по небесной механике.

Наука, 1965 . 572 с.

2. Пуанкаре А. Избранные труды. т. 2. Новые методы небесной механики. Москва: Наука, 1972.

- 999 с.
3. M. Valtonen, H. Karttunen. The Three-Body Problem. Cambridge University Press 2006.
  4. Wang Sang Koon, Martin W. Lo, Jerrold E. Marsden, and Shane D. Ross. Dynamical Systems, the Three-Body Problem and Space Mission Design
  5. Алексеев В М. Лекции по небесной механике Ижевск: Ред. журнала "Регулярная и хаотическая динамика", 1999, 160 с.
  6. Арнольд В И, Козлов В В, Нейштадт А И Математические аспекты классической и небесной механики М.: ВИНТИ, 1985. 304 с.
  7. Голубев В.Г., Гребеников Е А. Проблема трех тел в небесной механике. М: Издательство МГУ, 1985. 240 с..
  8. Гребеников Е А, Козак Д, Якубяк М. Методы компьютерной алгебры в проблеме многих тел М: изд. РУДН, 2002. 214 с.
  9. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы Издание 3-е, дополненное. М: Наука, 1975 . 800 с
  10. Задача Кеплера. Столкновения. Регуляризация. Сб. работ. Гл. ред. - Козлов В.В.; Серия - Современная небесная механика. М. - Ижевск, 2006 г. 452 с..
  11. Зигель К, Мозер Ю. Лекции по небесной механике. Ижевск: РХД, 2001. 384 с.
  12. Орлов В.В., Рубинов А.В. Задача N тел в звездной динамике. СПб, ВВМ, 2008, 175 с
  13. Себехей В. Теория орбит. Ограниченная задача трех тел. Пер. с англ. М: Наука, 1982. 656 с.
  14. Смарт У. Небесная механика. М: Мир, 1965. 504 с.
  15. Саари Д. Кольца, столкновения и другие ньютоновы задачи N тел.. М. - Ижевск, 2009 г., 280 стр.
  16. Уинтнер А. Аналитические основы небесной механики. М: Наука, 1967 . 523 с
  17. L Nyland, M Harris, J Prins. GPU gems, 2007.

*Andruckin AI S.N. Sudakov. Computer progress and problems of celestial mechanics: the historical perspective. A number of computer experiments performed in this work. They are related to the main problem of celestial mechanics, as the problem of N-body. Evaluation of the temporal characteristics of computer calculations of basic decisions in the history of the three-body problem is the aim of this work. The experiments were performed to extrapolate these estimates for the three-liquid gravitating bodies. The calculations use mathematical Maple and Mathematica packages. Visual results of computer simulations are presented.*

**Keywords:** *three-body problem, celestial mechanics, computer simulation, the problem of Pythagoras.*

*Статья поступила в редакцию 20.04.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук В.Н. Павлышом*

УДК 004.0-531.38

## Влияние формы представления и структуры систем на точность их исследования и эффективность функционирования

А.И. Андрюхин, к.т.н  
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк,  
alexandruckin@ramber.ru

*Андрюхин А.И. Влияние формы представления и структуры систем на точность их исследования и эффективность функционирования. Хорошо известная проблема определения стабильности и адекватности решений задач с переменными параметрами и начальными значениями, рассматривается в статье. Цель исследования состояла в том, чтобы проанализировать свойства решений известных проблем, таких, как контроль устойчивости решений, стабильности и точности решения в зависимости от формы представления и структуры системы. Эти проблемы связаны с проблемой вычисления кратных корней характеристического полинома. Вариант вариации параметров особенно важен при кратных нулевых корнях. Компьютерный анализ их корректности показал необходимость тщательного анализа каждой конкретной задачи. Также рассматривается влияние структуры управления системы на эффективность ее функционирования. Выполнен анализ структуры базовых систем. Эти подсистемы являются основой для иерархических систем. Приведены результаты численного моделирования. Впервые предложен способ для повышения точности параллельного моделирования на переключаемом уровне. Теоретические положения и практические аспекты реализации и пример его использования рассматриваются. Расчеты используются математические пакеты Maple и Mathematica. Основным выводом данного исследования является необходимость тщательного анализа представления каждой конкретной задачи для оценки параметрической устойчивости и чувствительности решения. Визуальные результаты компьютерного моделирования представлены.*

**Ключевые слова:** моделирование, структура, система, эффективность, переключаемый уровень, точность

### Введение

В работе рассматривается влияние формы представления и структуры моделей систем на точность их исследования и эффективность функционирования.

Уделено внимание математическим преобразованиям моделей систем, которые в конечном итоге влияют на финальные результаты исследований.

Более конкретно рассматриваются следующие вопросы:

А) влияние выбора типа модели (непрерывная или дискретная и т.п.);

Б) влияние структуры системы на эффективность ее функционирования;

В) влияние вида модели системы на точность ее исследования в различных режимах ее функционирования;

Г) влияние модификаций модели системы на адекватность ее анализа.

Укажем, предваряя результаты работы по вопросу А, что переход от непрерывной модели системы к дискретной может повлиять на результаты асимптотического поведения системы [1]. Более того, используя эквивалентные преобразования (при которых решения исходной

системы совпадают с решениями конечной преобразованной системы), мы при вариации параметров не можем гарантировать совпадения окрестностей этих решений [2-6].

Рассматриваемая в пункте Б известная проблема определения оптимальной или рациональной структуры системы для повышения эффективности ее функционирования в различных режимах имеет различные методы ее решения [7-11]. Однако, невзирая на это, она является актуальной, о чем свидетельствуют работы [12-15] и др.

В диагностике современных цифровых МОП и КМОП чипов использование только логико-вентильной модели, в которой используется только одна характеристика сигнала, как напряжение, не позволяет выполнять их проверку должным образом. Поэтому в работе для вопросов В) и Г) приводится пример анализа соответствующих переключаемых моделей цифровой схемы, которые используют две характеристики сигнала (напряжение и сила тока) в них и их модификаций [16-24].

### Дискретные и непрерывные модели систем

Известно, что существует аналогия между математическими моделями взаимодействия в различных сферах деятельности.

Дифференциальная форма записи превалирует при математическом моделировании физических процессов, когда пространство и время меняются непрерывно.

В социальной сфере дискретность изменения явлений или событий отражается в функциональных (разностных) уравнениях, где результат предыдущего действия является начальным значением для последующего. Однако переход от непрерывной формы записи или непрерывной модели к дискретной может существенно повлиять на асимптотическое поведение системы.

Рассмотрим дифференциальное уравнение 1-го рода вида  $dy/dx = r(1-y)y$ , которое является характерным для нелинейной динамической системы, имеющей ограничение на максимальное значение (модель Ферхольста) и которое часто называют основным уравнением для самоорганизующихся систем. Как указано в [1], оно описывает изменение численности насекомых в условиях ограниченной питательной среды, рост концентрации электронов в полупроводнике под действием лазерного излучения при насыщении числа разрешенных состояний (исследования Хакена), свойства турбулентного потока, кинетику ряда химических реакций и т.д.

Выполняя все расчеты при начальном значении  $y(0)=0.1$ , получаем, что независимо от значения параметра  $r$ , функция  $y$  асимптотически стремится к 1- нормированному максимальному значению, что представлено на рис.1.

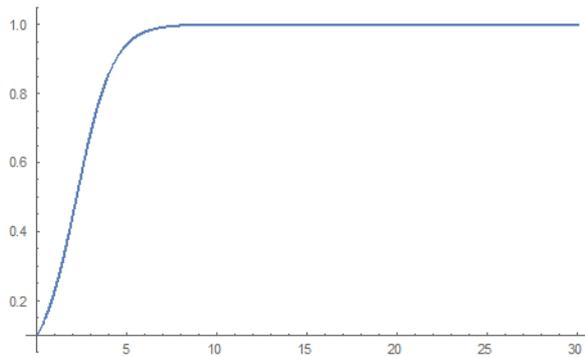


Рисунок 1- Решение уравнения Ферхольста.

Но если мы перейдем к его дискретной записи (считая  $Y' = Y_{n+1} - Y_n$ ),

$$Y_{n+1} = Y_n(1+r) - rY_n^2$$

то при  $r > 2$ , изначально детерминированный процесс становится динамически хаотичным, что представлено на рис.2-5. Более тщательное исследование этого уравнения представлено в [1].

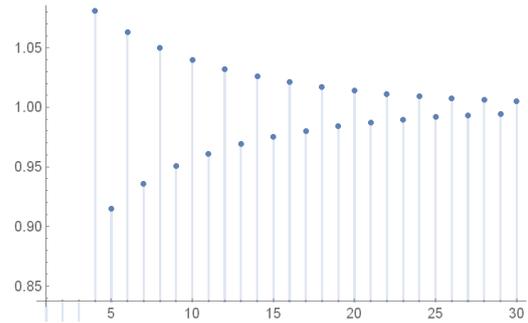


Рисунок 2-Решение дискретной задачи при  $r=1.9$

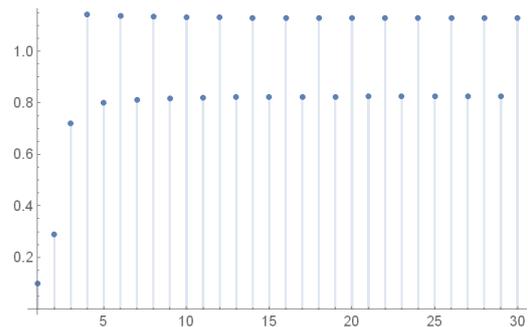


Рисунок 3-Решение дискретной задачи при  $r=2.1$

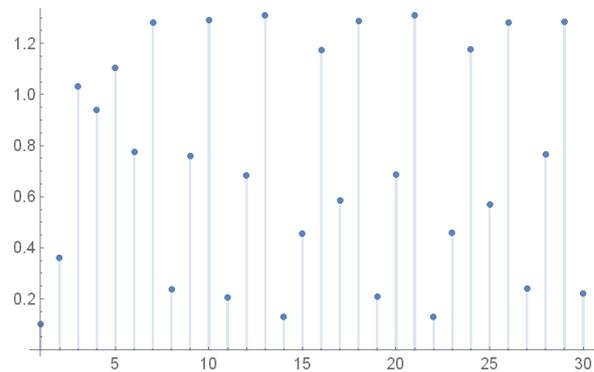


Рисунок 4-Решение дискретной задачи при  $r=2.9$

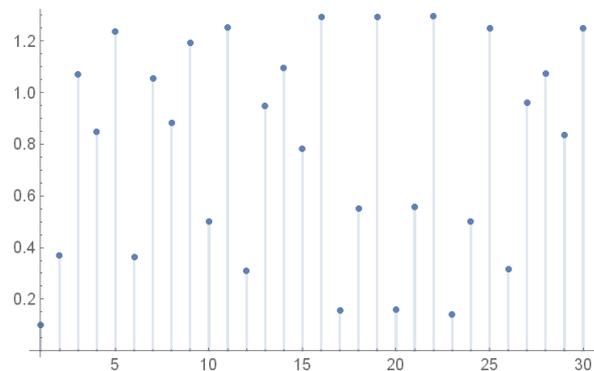


Рисунок 5-Решение дискретной задачи при  $r=3$

**Влияние эквивалентных преобразований в модели системы**

В [2] рассматривалась известная проблема определения устойчивости и корректности решений задач с варьируемыми параметрами и начальными значениями. Отметим, что для таких задач, основными математическими моделями которых являются обыкновенные дифференциальные уравнения, системы линейных уравнений и т.п., известны результаты в [2– 6].

Так современные сложные компьютерные системы управления представляются математическими моделями, которые используют многие дифференциальные уравнения разных порядков. При их решении мы предварительно приводим их к канонической форме уравнений первого порядка (пространство состояний). Используя эквивалентные преобразования (при которых решения исходной системы совпадают с решениями конечной преобразованной системы), мы при вариации параметров не можем гарантировать совпадения окрестностей этих решений. Поэтому происходит потеря устойчивости решений при малых вариациях параметров, что наиболее ярко отражается в задачах теории оптимального управления.

При анализе различных приложений, одной из наиболее часто встречающихся задач является вычисление корней полинома  $n$ -степени:

$$F(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n = 0.$$

Эта задача является давно решенной в вычислительной математике, однако на практике коэффициенты полинома обычно известны с некоторой погрешностью:  $|a_i - a_{0i}| < e_i$ ,  $i = 1, n$ , где  $a_{0i}$ ,  $(e_i)$  – истинные значения коэффициентов (погрешности их измерения) соответственно.

В приложениях чрезвычайно важно оценивать ситуации, когда малые вариации коэффициентов полинома влекут большие изменения в значениях корней.

Так, для определения устойчивости решения системы дифференциальных уравнений, которая является математической моделью для многих поставленных задач, необходимо рассматривать корни характеристического полинома.

Известно, что если среди этих корней есть пара весьма близких действительных корней, либо комплексные корни, у которых мнимая часть мала по отношению к действительной части, то это есть признак некорректности или плохой обусловленности решаемой проблемы.

Если полином имеет кратные вещественные корни, то задача их определения является некорректной [3].

Основная проблема вычисления кратных корней уравнения  $F(x) = 0$  состоит в том, что вычислив с определенной точностью  $x_1$ , мы должны вычислять второй кратный корень из уравнения  $F(x)/(x-x_1) = 0$  либо  $F'(x) = 0$ . Но его вычисление выполняется в другом окружении и ясно, что нет абсолютной уверенности в том, что

корни кратные, так как коэффициенты  $F(x)$  в реальности известны с какой-то точностью.

### Интервальные оценки для структурных преобразований .

На рис.6 представлены различные базовые структурные соединения, которые используются в системах управления. Известно, что результирующая передаточная функция последовательно (параллельно) соединенных звеньев равна произведению (сумме) передаточных функций составляющих звеньев соответственно.

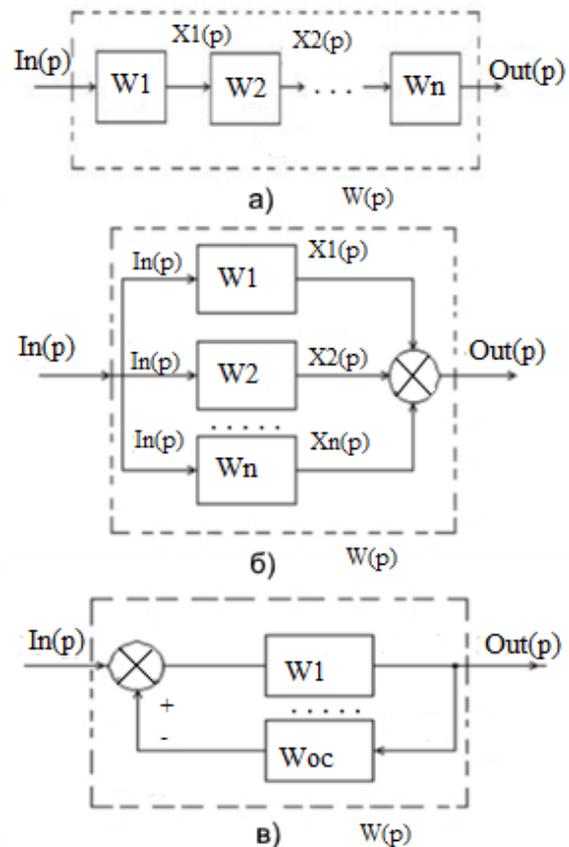


Рисунок 6- Соединения систем:  
а) последовательное; б) параллельное; в) с обратной связью.

Результирующая передаточная функция обратной связи (ОС) имеет вид,

$$W(p) = W1(p) / (1 \pm W1(p)Woc(p)),$$

где знак "+" соответствует отрицательной ОС, знак "-" положительной ОС (согласно рисунку  $W(p) = Out(p)$ ).

Построим области решений для результирующих передаточных функций, применяя основные положения интервального анализа [6] и используя некоторые предположения, не ограничивая общности рассуждений.

Так для упрощения расчетов при

интервальном анализе и удобной визуализации возьмем только 2 системы, т.е.  $n=2$ .

На рис.7-9 представлены области решения при  $\epsilon_{ps}=0.1$  и  $W1=1$  для возможных четырех типов соединений, для которых выполняется соответственно условия:

- 1) Для последовательного соединения  

$$|(1 + \epsilon) + (W2 * (1 + \epsilon1)) - (1 + W2)| > \epsilon_{ps}$$
- 2) Для параллельного соединения  

$$|(1 + \epsilon) * (W2 * (1 + \epsilon1)) - (W2)| > \epsilon_{ps}$$
- 3) Для положительной ОС  

$$|((1 + \epsilon)/(1 - ((1 + \epsilon) * (Wos(1 + \epsilon1)))) - -1/(1 - (Wos(1 + \epsilon1))))| > \epsilon_{ps}$$
- 4) Для отрицательной ОС  

$$|((1 + \epsilon)/(1 + ((1 + \epsilon) * (Wos(1 + \epsilon)))) - -1/(1 + (Wos)))| > \epsilon_{ps}$$

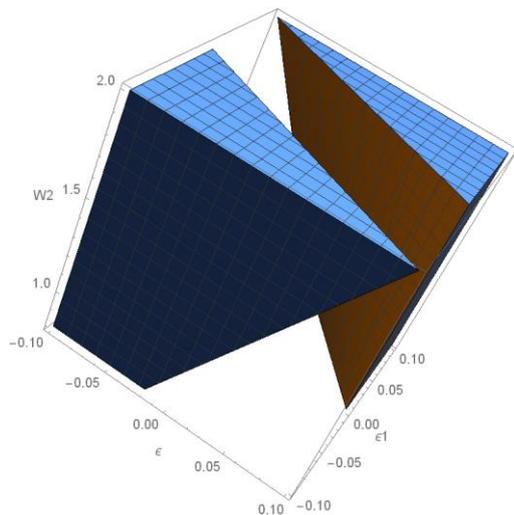


Рисунок 7-Область решений для условия 1.

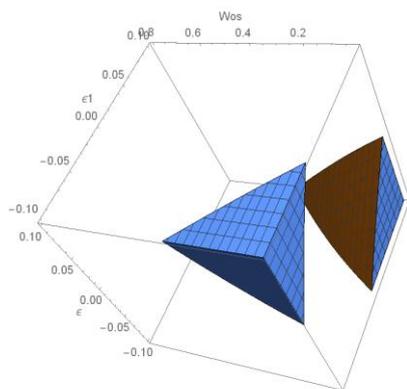


Рисунок 8- Область решений для условия 2.

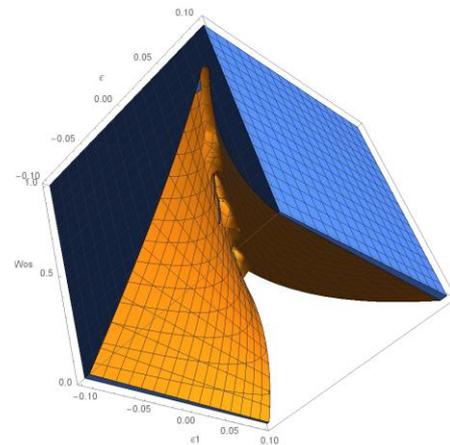


Рисунок 9- Область решений для условия 3.

Область решений для условия 4 является пустой и это еще раз подчеркивает исключительность отрицательной ОС.

Следовательно, для любого соединения, кроме системы с отрицательной связью, точность функционирования падает.

Здесь действует закон целостности, иное представление системы приобретает новое свойство, которое не присуще ее подсистемам.

### Влияние структуры системы

В настоящее время развитие информационных технологий и вычислительной техники обуславливает сближение позиций экономического и инженерного направлений при моделировании влияния структуры системы на эффективность ее функционирования.

Так работу менеджеров в организациях можно сравнивать с работой распределенных вычислительных систем при обработке информации и при моделировании организационных систем можно использовать терминологию и результаты из области вычислительной техники и информатики [14-15]. Более того, уже в какой-то мере существуют синтетические теории, объединяющие эти подходы и примерами являются теории активных систем, организационных структур [12-13].

В сущности, любая иерархическая система управления (техническая или экономическая) может быть представлена суперпозицией двухуровневых систем имеющих структуры I или II, примеры которых представлены на рисунках 10 и 11 соответственно.

В случае систем со структурой I мы имеем постоянное закрепление подсистем за определенными управляющими центрами, или иначе мы специализируем подсистемы за определенными типами выполняемых работ. Подобные структуры являются эффективными в

условиях постоянства множества реализуемых системой функций.

Системам со структурой II при этом соответствуют изменяющиеся во времени распределения работ по подсистемам.

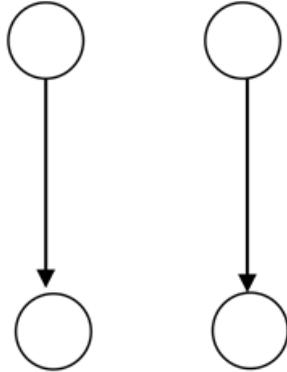


Рисунок 10-Пример структуры I.

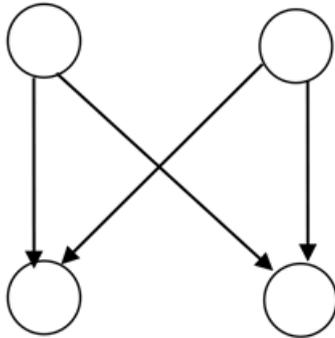


Рисунок 11-Пример структуры II.

Эффективность этих структур на протяжении определенного временного интервала мы можем оценивать как математическое ожидание затрат на реализацию всех выполняемых работ за рассматриваемый интервал.

В настоящее время в технических и организационных системах используются вариации этих структур, которые могут сменять друг друга во времени.

Отметим, что речь идет именно о типе структуры, так как задача синтеза оптимальной иерархической структуры в целом не рассматривается.

Исследование ограничивается анализом простейших двухуровневых «блоков».

**Построение моделей**

Задача поиска оптимальной структуры с математической точки зрения довольно сложна. Решение ее в случае больших значений m и n может оказаться чрезвычайно трудоемким. Поэтому упростим ее и будем предполагать, что  $c_{ij}$  -удельные затраты i-го агента по выполнению j-й работы постоянны.

Обозначим множество подсистем(агентов) через  $N=(1,2,...,n)$ , а множество управляющих центров через  $M=(1,2,...,m)$ . Будем считать, что любая работа может быть описана вектором  $Q=(Q_1, Q_2, ..., Q_m)$ , где  $Q_j$ -объем работы j-ого типа контролируемый j-ым управляющим центром.

**Модель минимизации затрат для структуры I**

В этом случае задача поиска оптимального распределения одной работы между подсистемами превращается в стандартную бинарную (целочисленную) задачу о назначении

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij} Q_j x_{ij} \rightarrow \min \quad (A)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 1 \quad \sum_{j=1}^M x_{ij} = 1$$

, где  $x_{ij} \in (0,1), i \in N, j \in M$ .

В силу линейности целевой функции будем иметь тривиальное решение для задачи назначения работ. Весь объем работ j-го типа следует выделить тому агенту, который выполняет его с наименьшими удельными затратами.

**Модель минимизации затрат для структуры II**

Обозначим через  $w_{ij}$ -объем i-ой работы, которая выполняется i-ым агентом. Матрицу работ для всех подсистем обозначим  $W=\{w_{ij}\}$ , где  $i \in N, j \in M$ . Определим функцию затрат i-ого агента выражением

$$\sum_{j=1}^M c_{ij} w_{ij}$$

$$c_i(w_i) = c_{i1} w_{i1} + c_{i2} w_{i2} + \dots + c_{im} w_{im} = \sum_{j=1}^M c_{ij} w_{ij}$$

где  $w_i=(w_{i1} w_{i2}, \dots, w_{im})$  есть вектор работ i-го агента.

Мы можем решать задачу минимизации затрат всех подсистем при условии выполнения объемов всех типов работ как стандартную задачу линейного программирования

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij} w_{ij} \rightarrow \min \quad (B)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^N w_{ij} = Q_j$$

для  $j=1, M$ .

При этом может быть, что один агент выполняет все работы. Такой случай обычно нереализуем на практике, хотя распределение

работ будет оптимально по критерию затрат. В реальности имеем ограничения  $R_i$  на максимальный объем работ, которые может выполнять  $i$ -й агент,  $i \in N$ .

С учетом этих дополнительных ограничений задача синтеза оптимальной функциональной структуры превращается в стандартную транспортную задачу

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij} w_{ij} \rightarrow \min \quad (C)$$

при условиях для  $j=1, M$  и  $i=1, N$ .

$$\sum_{i=1}^N w_{ij} = Q_j \quad \sum_{j=1}^M w_{ij} \leq R_i$$

**Экспериментальные расчеты**

Считаем, что эффективность работы подсистем определяются матрицами удельных затрат, элементы которых являлись случайными числами с равномерным распределением в интервале (0,1). Было принято при статистических испытаниях объемы работ агентов ограничивать 1. Генерировался поток из  $K=100$  проектов объемами ( $v_1, v_2$ ), которые равномерно распределены на интервале  $N/2$  ( $N=3,4$ ).

Средние значения целевых функций по использованным моделям статистического численного моделирования по всем 100 проектам приведены в таблице 1.

На рисунках 12-15 приведены жесткие структуры систем D1-D4. Им соответствуют данные в в последней строке таблицы.

Таблица 1. Средние значения целевой функции

| Модель   | 2 центра, 4 исполнителя |        | 2 центра, 3 исполнителя |        |
|----------|-------------------------|--------|-------------------------|--------|
|          | 1                       | 2      | 3                       | 4      |
| <b>A</b> | 0.218                   | 0.218  | 0.1671                  | 0.1671 |
| <b>B</b> | 0.3181                  | 0.3181 | 0.2774                  | 0.2774 |
| <b>C</b> | 0.6525                  | 0.8542 | 0.2122                  | 0.2212 |

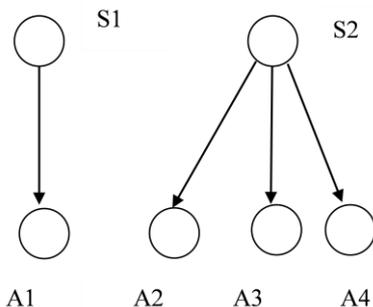


Рисунок 12-Структура D1.

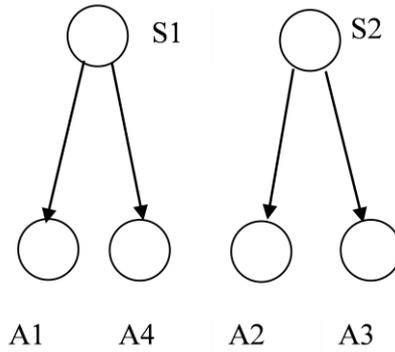


Рисунок 13-Структура D2.

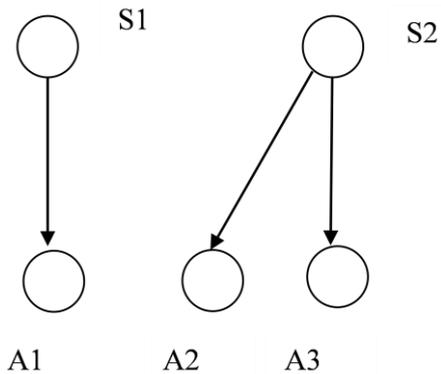


Рисунок 14-Структура D3.

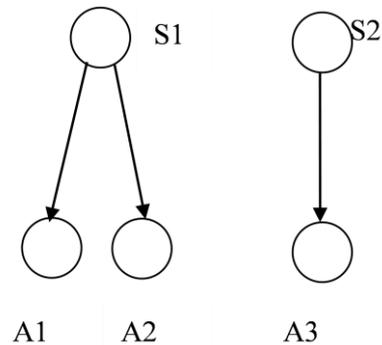


Рисунок 15-Структура D4.

На рисунках 16-18 приведены графики отношений значений целевых функций для моделей C и B. Они характеризуют эффективность функционирования систем по отношению к идеальному распределению по модели A, которое не учитывает реальные ограничения по времени выполнения и объему загрузки для исполнительных центров.

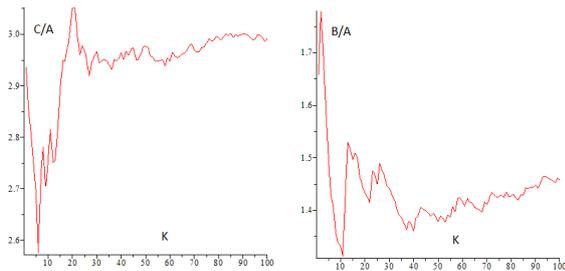


Рисунок 16-Отношения  $C/A$  и  $V/C$  для структуры D1.

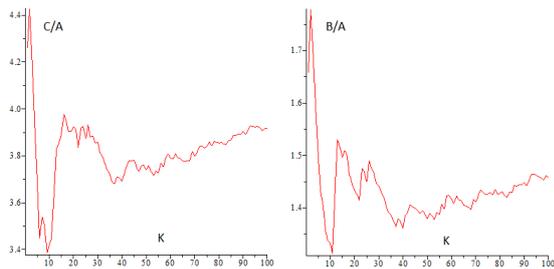


Рисунок 17-Отношения  $C/A$  и  $V/C$  для структуры D2.

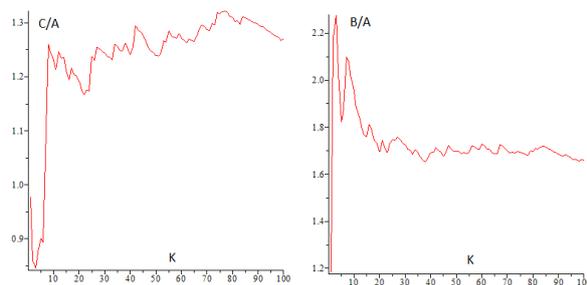


Рисунок 18-Отношения  $C/A$  и  $V/C$  для структуры D3.

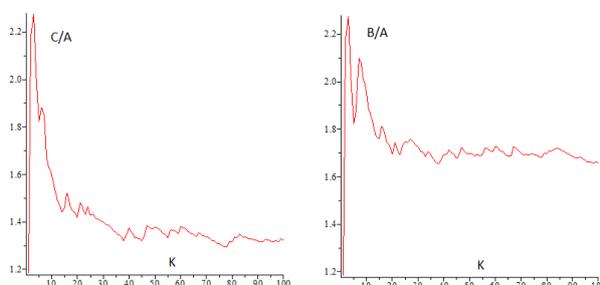


Рисунок 19-Отношения  $C/A$  и  $V/C$  для структуры D4.

Таким образом, постановка и решение задач «назначения» при их различных модификациях

позволяет оценивать эффективность различных структур и закономерностей их трансформации, осуществлять выбор оптимальной или рациональной структуры системы в зависимости от набора работ, которые должны быть выполнены ею.

Перспективными и практически важными для дальнейшего исследования является определение оптимальных границ возможной загрузки для каждого исполнительного центра в зависимости от заданий управляющих центров.

### **Вентильно-логический уровень представления дискретных устройств**

Так как физические дефекты биполярного транзистора хорошо укладывались в теорию одиночных константных неисправностей (ОКН), то использование логической модели в роли базовой для биполярных структур для целей диагностирования было неофициальным стандартом [16-17].

Однако этого недостаточно для современных МОП СБИС и в настоящее время в современных стандартах описания цифровых устройств (например VerilogHDL IEEE P1364.1 почти 15 летней давности) используют помимо напряжения и атрибут Strength (сила тока). Тем самым необходимо моделировать современные МОП-СБИС и их неисправности на переключательном уровне. Старая задача построения тестов для класса одиночных константных неисправностей, которые мы обнаруживаем измерением по напряжению, потеряла свою приоритетность для современных СБИС. Она была важна для TTL-технологии. Для современных СБИС (МОП, КМОП-реализация) это не так и контрольные тесты, построенные по модели ОКН плохо обнаруживают дефекты современных СБИС. Сама модель ОКН совершенно непригодна для построения диагностических тестов для современных МОП СБИС.

### **Переключательный уровни представления дискретных устройств**

Цифровые устройства, создаваемые по современным МОП и КМОП технологиям, имеют особенности своего функционирования, которые трудно моделировать при их представлении моделями вентильного уровня.

Учитывают специфику работы МОП-структур моделированием на переключательном уровне [16,20-22]. Большинство известных систем моделирования на переключательном уровне имеют в своем теоретическом фундаменте различные модификации двух основных направлений: теоретико-графового подхода [21] и теории решеток [22]. Они представляют в различной форме основные принципы простого

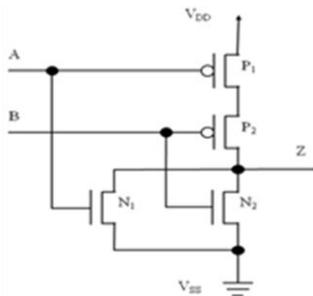
переключательного анализа МОП-структур, отражающие их особые резистивно-емкостные свойства[16].

Сигнал  $S$  на линии МОП-схемы в переключательном анализе имеет вид  $S=(H,G)$ , где  $H(G)$ -значение логической силы (состояния) соответственно. Особое место занимает сигнал  $Z=(Z_H, Z_G)$ , понимаемый как отключение узла. Классическим примером преимуществ переключательного анализа является учет превращения комбинационной схемы вентиля И-НЕ при неисправности “обрыв транзистора” в последовательностную схему.

Простой известный пример дефекта «обрыв затвора транзистора» превращает комбинационный вен-тиль И-НЕ в последовательностную схему и иллюстрирует существенное различие биполярного и полевого транзисторов.

Основным дефектом современных СБИС является утечка тока, которую нельзя определить, используя только измерения по напряжению и естественно модель ОКН невозможно применять в чистом виде.

Так рассматривая неисправности SOP для КМОП-вентиль ИЛИ-НЕ и таблицу обнаружения неисправностей на рис.20, можно сказать, что эти дефекты меняют структуру самого комбинационного вентиля, так как согласно таблице они определяют динамическое поведение последовательностного устройства в определенных частотных диапазонах.



|          |           |           |           |    |
|----------|-----------|-----------|-----------|----|
| Входы АВ | 00        | 01        | 10        | 11 |
| Выход Z  | 1         | 0         | 0         | 0  |
| SOP N1   | 1         | 0         | Z(t-1)    | 0  |
| SON N1   | $I_{DDQ}$ | 0         | 0         | 0  |
| SOP N2   | 1         | Z(t-1)    | 0         | 0  |
| SON N2   | $I_{DDQ}$ | 0         | 0         | 0  |
| SOP P1   | Z(t-1)    | 0         | 0         | 0  |
| SON P1   | 1         | 0         | $I_{DDQ}$ | 0  |
| SOP P2   | Z(t-1)    | 0         | 0         | 0  |
| SON P2   | 1         | $I_{DDQ}$ | 0         | 0  |

Рисунок 20 - КМОП-вентиль ИЛИ-НЕ и таблица обнаружения неисправностей

Некоторые из неисправностей (SON) можно обнаружить только с помощью физического

метода IDDQ (измерение тока в установившемся режиме), что и отражено на рис.20.

Основные проблемы и моменты реализации переключательного анализа изложены в [16].

Известно, что исправные проекты ЦУ должны удовлетворять условию поглощения  $\sigma(S,X)=\sigma(\sigma(S,X),X)$ , но внесение неисправностей при моделировании нарушает это требование, что может привести к осцилляции значений на линиях или узлах устройства [16]. Если СБИС содержит счетчики, то определение максимального числа итераций и прекращение моделирования представляет собой нетривиальную задачу и неправильное ее решение естественно даст недостоверные результаты.

Это является серьезной проблемой при моделировании СБИС. Подчеркнем практическую важность задачи определения предельного числа итераций для осциллирующих схем при моделировании ОКН на вентильном уровне. Известно, что для различных итерационных алгоритмов теоретический максимум числа итераций для обнаружения осцилляций на вентильном или переключательном уровнях моделирования является линейной функцией числа базовых элементов. На практике ограничивают число итераций при моделировании на основе анализа структуры схемы, учета характеристик обратных связей и т.п. При достижении предельного числа итераций обычно обрывают процесс моделирования присвоением неопределенного значения X осциллирующим линиям моделируемой схемы. Эти действия могут приводить к ошибочным результатам при неправильном определении предельного числа итераций. Также необходимо при построении тестов обеспечить отсутствие состязаний как для исправного устройства, так и для его неисправных модификаций, которые определяются рассматриваемым классом неисправностей

Вышеизложенное указывает, что использование нейронных самообучающихся сетей, GA (генетических алгоритмов), GPS (всеобщий решатель проблем), которые основываются на логической модели СБИС для задачи построения тестов для них, вызывает сомнения в адекватности полученных результатов для реальных СБИС.

### Переключательные модели и их анализ

В [3-5] процесс переключательного моделирования представлен итерационным решением системы булевых уравнений вида  $X_{n+1}=M\oplus F(X_n)$ , где  $X_n$  -значение многозначных узлов схемы в n-итерации (состояние схемы) для определения устойчивого состояния схемы.

Считаем, что M - операция выбора максимального значения из значений сигналов

разветвлений узла, F-система булевых уравнений, вид которых зависит от алфавита моделирования и базовых компонентов, составляющих устройство,  $\oplus$ -операция суперпозиции. Значение X есть двойка (H, G), где простейший алфавит моделирования определяется возможными значениями  $G \in (0, 1, X, Z)$ ,  $H \in (D, W, SC, C)$ -соответственно значения логического состояния сигнала и его логической силы, которые обычно интерпретируют, как напряжение и силу тока.

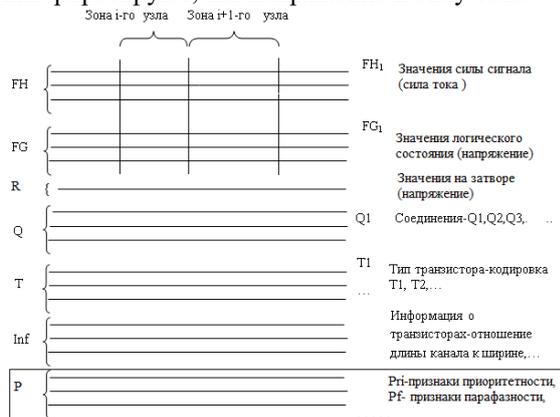


Рисунок 21-Структуры данных параллельного переключательного моделирования

На рис.21 представлены структуры данных для параллельного многозначного моделирования на переключательном уровне.

Здесь **FN, FG, R, T, P** являются булевыми массивами(битовыми строками), остальные числовыми массивами.

На рис.22 представлен узел P, который обычно соединяет стоки, истоки нескольких транзисторов и определяет значения на затворах.

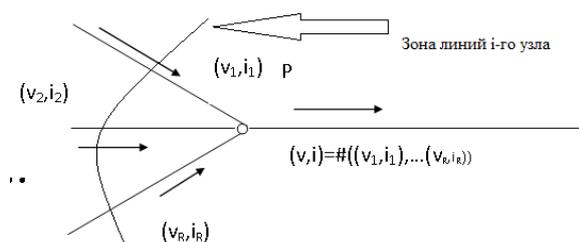


Рисунок 22- Соединяющий транзисторы узел P.

Операция выбора сильнейшего сигнала  $M$  в узле соответствует операции  $\#$ , которая определяется следующими положениями

Исходя из закона Кирхгофа для токов, можем указать, что  $i = \max \{i_j\}$ , из чего следует, что  $i$  есть наиболее сильный входной сигнал и  $i \in I$ . Эта аппроксимация может рассматриваться, как дискретный аналог закона Кирхгофа для токов в узле для псевдобулевых схем. Компонент напряжения  $v$  для узла  $P$  определяется

следующим образом. Пусть  $V = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,m})$  есть набор напряжений пар сигналов с наибольшим током, т.е. те  $(v_{i,k}, i_k)$ , для которых  $i_k = \max \{i_j\}$ . Определим  $v$  по следующим правилам:

1)  $v = U$ , если  $U \in V$  или  $0, 1 \in V$ ; 2)  $v = 0$ , если  $0 \in V$  и  $1, U \notin V$ ;

3)  $v = 1$ , если  $0, U \notin V$ ; 4)  $v = Z$ , если  $0, 1, U \notin V$ .

Будем использовать далее следующую кодировку вышеупомянутого простейшего алфавита сигналов  $D = (1, 0, 0, 0)$ ,  $W = (0, 1, 0, 0)$ ,  $SC = (0, 0, 1, 0)$ ,  $C = (0, 0, 0, 1)$ ,  $X = (1, 0, 0, 0)$ ,  $I = (0, 1, 0, 0)$ ,  $0 = (0, 0, 1, 0)$ ,  $Z = (0, 0, 0, 0)$ .

Вид уравнений F для простейшего алфавита моделирования и принятой кодировки представлен ниже

$$\begin{aligned} FG_1 &= G_1 T_1 K \vee G_1 \bar{T}_1 \\ FG_2 &= G_2 T_1 K \vee G_2 \bar{T}_1 \\ FG_3 &= G_3 T_1 K \vee G_3 \bar{T}_1 \\ FH_1 &= T_1 H_1 K \\ FH_2 &= T_1 H_2 K \vee \bar{T}_1 H_1 \vee \bar{T}_1 H_2 \bar{H}_1 \\ FH_3 &= T_1 H_3 K \vee \bar{T}_1 H_3 \bar{H}_1 \\ FH_4 &= T_1 H_4 K \vee \bar{T}_1 H_4 \bar{H}_1 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\otimes$ -операция "исключающее ИЛИ" и  $\bar{K} = (R_2 \otimes T_2)$ . Исходя из принятых обозначений, можем записать  $v = (v_1, v_2, v_3)$ ,  $i = (i_1, i_2, i_3, i_4)$ , и  $v_i = FG_i$  при  $i = 1, 3$ , а также  $i_j = FH_j$  при  $j = 1, 4$ .

Введем краткие обозначения для системы (1) в терминах переменных  $v, i$

$$\begin{aligned} v_i^{n+1} &= F_{v,i}(v^n, i^n, R^n, T), \\ i_j^{n+1} &= F_{i,j}(v^n, i^n, R^n, T) \end{aligned} \quad (2)$$

Ясно, что в (2)  $v_i^{n+1}(i_j^{n+1})$ -булевы значения компонентов  $v, i$  на  $n+1$ -ой итерации.

Вывод уравнений (1) базируется на анализе функционирования nMOS, pMOS транзисторов согласно таб.2 и таб.3 и изображенных на рис.23 и 24 соответственно.

Общий вид уравнений для различных алфавитов и описание структур данных, учитывающих двунаправленность функционирования транзисторов, более подробно излагается в [16,19-20].

Различные алгоритмы моделирования на переключательном уровне, основанные также и на вышеописанной авторской итерационной схеме дают не совсем точные результаты для некоторых сложных схем.

Таб.2.Функционирование nMOS-транзистора

| Вход исток | Затвор |   |         |         |
|------------|--------|---|---------|---------|
|            | 0      | 1 | x       | z       |
| 0          | z      | 0 | 0 или z | 0 или z |
| 1          | z      | 1 | 1 или z | 1 или z |
| x          | z      | x | x       | x       |
| z          | z      | z | z       | z       |

Так вместо строго определенного значения напряжения **1,0** в узле устройства согласно этим алгоритмам мы получаем неопределенное значение **X**.

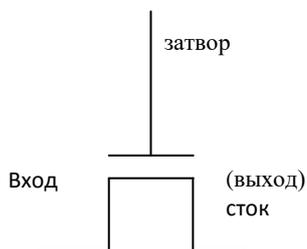


Рисунок 23- nMOS-транзистор.

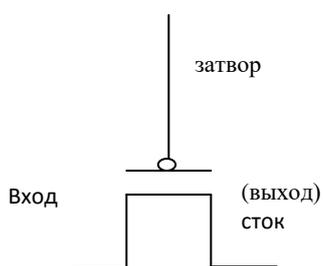


Рисунок 24- pMOS-транзистор.

Таб.3.Функционирование pMOS-транзистора

| Вход исток | Затвор |   |         |         |
|------------|--------|---|---------|---------|
|            | 0      | 1 | x       | z       |
| 0          | 1      | z | 0 или z | 0 или z |
| 1          | z      | 1 | 1 или z | 1 или z |
| x          | z      | z | x       | x       |
| z          | z      | z | z       | z       |

В [16] подчеркнуто, что задача определения максимального и минимального значения состояния в устройстве является **NP**-задачей и этим оправдывается использование эвристических методов при моделировании на переключательном уровне, т.е. необходимо использовать топологические особенности исследуемой схемы.

Рассмотрим типичные случаи необходимости указания приоритетности определенных линий.

1.Известные правила замещения подсхем, представленные на рис.25(свойства транзисторов представлены в массиве Inf), определяют особые свойства некоторых транзисторов, которые возможно отражать в массивах Inf, P для параллельных вычислений.

2. Часто возникает ситуация, подобная на рис.26. Имеем силу сигналов (сила тока) **(U,S)**, **(U,Y)** равными друг другу **U=U**, а состояния (напряжение) различными **S≠Y** на определенном шаге моделирования.

Значение сигнала на затворе транзистора **T2** обусловлено прохождением сигнала от входного полюса схемы и при этом значение сигнала на затворе транзистора **T1** определяется емкостными свойствами **МОП**-структур, т.е. предыдущим установившимся состоянием устройства.

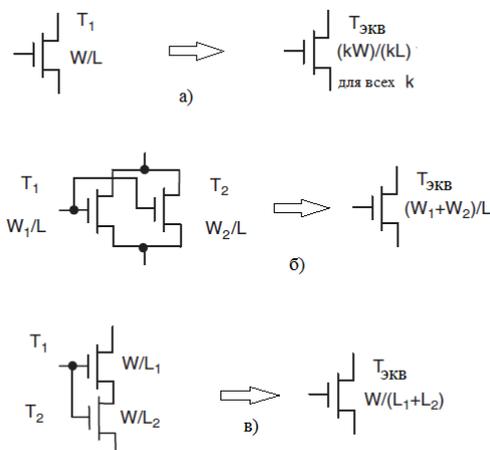


Рисунок 25-Эквивалентные замещения.

Ясно из физических соображений, что в текущей итерации моделирования значением в узле **P** должно быть выбрано **(U,Y)**. Если же определять значение в **P**, следуя просто принципу “сильнейшего” сигнала, то будем иметь значение состояния равным **X** (неопределенность) и этим ухудшаем точность моделирования.

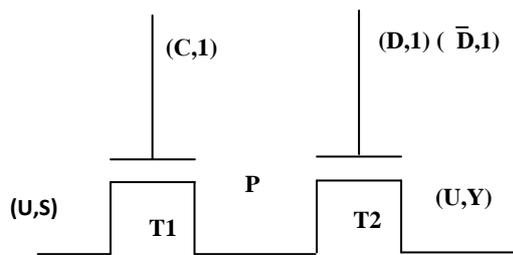


Рисунок 26-Определение значения сигнала в узле

Этот пример имеет место в схеме для комплементарного **D**-триггера, который является одним из самых распространенных узлов в цифровой **МОП**-схемотехнике. В схеме **D**-триггера, проходные транзисторы образуют подсхему, где наблюдается описанная ситуация [ 19].

**Постановка конкретной задачи**

Необходимо обеспечить реализацию следующих режимов моделирования:

- 1)Стандартный режим моделирования;

- 2)Режим учета приоритетности определенных линий;
- 3)Режим учета парафазности сигналов линий;
- 4)Объединенный режим 2 и 3 типов моделирования.

При этом необходимо отражать дополнительные сведения о приоритете некоторых линий пред другими при равенстве сигналов на них, указание коррелированности сигналов между ними в случае парафазности сигналов и др., таким образом, чтобы сохранялась параллельность вычислений при переключательном моделировании.

**Решение проблемы.**

Рассматривая структуры данных для моделирования КМОП схем на рис.

Обозначим через  $Pri_k$ ,  $Pf_k$ -значения бинарных признаков для приоритетности или парафазности сигнала на  $i$ - линии.

Оказывается в полной мере выполнить все требования, не нарушая параллельности вычислений невозможно.

Были построены два режима, первый из которых позволяет определить приоритетными группу линий узла или выбрать приоритетную линию узла. При моделировании в следующем режиме возможно установить требуемое значение в узле.

Если необходимо выбрать в узле значение определенной линии данного узла, к примеру ( $v_j, i_j$ ) то заменяем систему уравнений (2) на систему уравнений

$$\begin{aligned} v_{i,k}^{n+1} &= Pri_k \wedge F_{v,i}(v^n, i^n, R^n, T), \\ i_{j,k}^{n+1} &= Pri_k \wedge i_{j,k}(v^n, i^n, R^n, T) \end{aligned} \quad (3)$$

В уравнениях появился новый индекс  $k$ , с помощью которого мы отражаем появление нового свойства приоритетности для сигнала на определенной линии.

Тогда  $(v, i) = \#(Pri_1 * (v_1, i_1), \dots, Pri_R (v_R, i_R)) = \#(Z, \dots, (v_j, i_j), \dots, Z) = (v_j, i_j)$ .

Аналогично определяется установка выходного значения для узла в конкретное значение.

$$\begin{aligned} v_{i,k}^{n+1} &= Pf_k \wedge F_{v,i}(v^n, i^n, R^n, T) \vee \bar{P}f_k \wedge (v_i^0) \\ i_{j,k}^{n+1} &= Pf_k \wedge F_{v,i}(v^n, i^n, R^n, T) \vee \bar{P}f_k \wedge (i_j^0) \end{aligned} \quad (4)$$

Для примера использования рассмотрим вентиляную реализацию простейшего SR-триггера на рис.27. Функционирование этого триггера описывается таб.4.

На рис.28 представлена одна из простейших переключательных реализаций SR-триггера [22-23].

Рассмотрим подачу запрещенной комбинации сигналов  $S=0, R=0$  и после нее воздействие сигналов  $S=1, R=1$ . Логически мы не

можем определить конкретные значения сигналов на выходах  $Q, \bar{Q}$ .

Ведь вследствие состязаний значения на выходах будут неопределенными, т.е.  $XX$ .

При установке значения соответствующего элемента  $Pri$  равным единице мы получаем на соответствующем выходе триггера логическую 1 по напряжению.

Табл.4.Таблица значений SR-триггера.

| S | R | $Q_{n+1}$ | $\bar{Q}_{n+1}$ | Операция    |
|---|---|-----------|-----------------|-------------|
| 0 | 0 | 1         | 1               | Запрещенная |
| 0 | 1 | 1         | 0               | Установка   |
| 1 | 0 | 0         | 1               | Сброс       |
| 1 | 1 | $Q_n$     | $\bar{Q}_n$     | Удержание   |

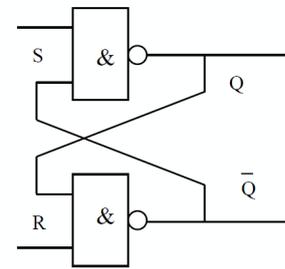


Рисунок 27-Вентильное представление SR-триггера.

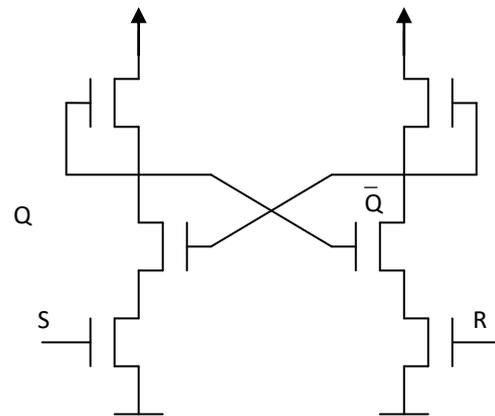


Рисунок 28- Одна из транзисторных реализация SR-триггера.

В реальности ввиду практической асимметричности плеч триггера, последний устанавливается в устойчивое состояние, где его выходы имеют противоположные значения сигналов, но неизвестно, где какие. Эту ситуацию в целях диагностирования или моделирования различного класса неисправностей мы можем промоделировать, устанавливая конкретное значение, т.е. используя режим с уравнениями (3).

Основной сферой применения переключательного анализа является

моделирование различных классов неисправностей, отражающих конкретные физические дефекты. Последние зачастую являются причиной функционирования ДУ в запрещенных режимах, которые на вентиляционном уровне обрабатывать затруднительно в отличие от переключательного уровня.

Основными стилями проектирования функциональных базовых элементов и триггеров в МОП-схемотехнике являются использование передаточных и проходных транзисторов (transmission-gate, pass-transistor), dual-rail inverter-based D latch., домино.

Зачастую в них применяют элементы с симметричными частями, которые управляются сигналами, имеющими противоположные значения.

Примеры рассматриваются в [22-24] и самым ярким представителем можно считать базовую схему применения известной дифференциальной логики, представленной на рис.29.

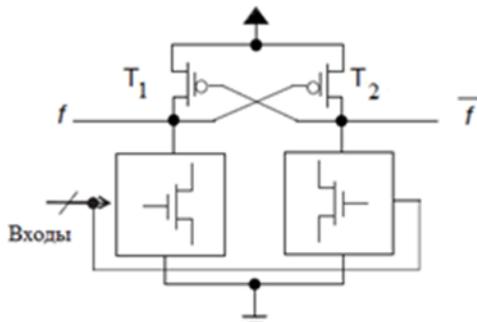


Рисунок 29- Базовая схема дифференциальной логики.

### Заключение

Рассмотрены конкретные примеры влияния формы представления и структуры систем на точность их исследования и эффективность функционирования.

Научная новизна работы заключается в том, что были предложены структуры данных и алгоритм параллельного многозначного моделирования на переключательном уровне, учитывающие парафазность сигналов и приоритетность определенных линий устройства перед другими при одинаковых значениях сигналов.

Практическая значимость предложенного метода заключается в повышении точности моделирования на переключательном уровне, что позволяет строить тесты более высокой диагностирующей способности для большего количества классов физических дефектов.

### Литература

1. Александров Ф.О., Шандыбина Г.Д. Естественнаучные модельные схемы взаимодействия применительно к социальным конфликтам//<http://zhurnal.apelarn.ru/articles/2007/033.pdf>
2. Андриухин А.И. Компьютерный анализ свойств решений ряда задач//Системный анализ в науках о природе и обществе, Донецк, ДонНТУ, №1(4)-2(5)2013, с.39-45.
3. Петров Ю.П. Новые главы теории управления и компьютерных вычислений. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2004.
4. Петров Ю.П., Петров Л.Ю. Неожиданное в математике и его связь с авариями и катастрофами. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2005.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 276 с.
6. С.П. Шарый. Конечномерный интервальный анализ, 2013. – 613 с. – <http://www.nsc.ru/interval> (12.11.2014).
7. Нечипоренко В.И. Структурный анализ систем. Эффективность и надежность. М.: Советское радио, 1977, 216 с.
8. Цвиркун А.Д. Основы синтеза структуры сложных систем. М.: Наука, 1982.
9. Подчасов Т.П., Лагода А.П., Рудницкий В.Ф. Управление в иерархических производственных структурах. Киев: Наукова думка, 1989.
10. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982.
11. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973.
12. Dutta B., Jackson M.O. On the Formation of Networks and Groups // Networks and Groups: Models of Strategic Formation, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
13. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. М.: МПСИ, 2005 – 584 с
14. Хорошевский В.Г. Архитектурные концепции, анализ и организация функционирования вычислительных систем//Сборник трудов конференции Моделирование-2008, т.2, Киев, 14-16 мая 2008 г. с.15-24.
15. Андриухин А.И. Статистические оценки решений задач оптимизации в распределенных системах. I.//Научные труды Донецкого государственного технического университета. Серия: Информатика, кибернетика и вычислительная техника. Выпуск 10(153), 2009 г., С.285 -290.
16. Андриухин А.И. Моделирование и диагностирование дискретных устройств на переключательном уровне. Донецк, ГВУЗ «ДонНТУ», 2012. – 258 с.:

17. Автоматизированное проектирование цифровых устройств / С.С.Бадулин, Ю.М.Барнаулов, В.А.Бардышев и др.; под редакцией С.С.Бадулина. -М.: Радио и связь, 1981, -240 стр.
18. Андриюхин А.И. Эвристический метод повышения адекватности моделирования логических схем// Искусственный интеллект.- 1998.-N 2.-с.49-55.
19. Андриюхин А.И. Модифицированный метод моделирования МОП-СБИС на переключательном уровне в 16-значном алфавите// Научные труды ДонНТУ: Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем. Вып. 78., 2004, с.45-53.
20. Андриюхин А.И. Параллельное логическое моделирование МОП-структур на переключательном уровне. // Электронное моделирование. – 1996. - N 2. - С. 88-92.
21. Андриюхин А.И. Параллельное многозначное логическое моделирование исправных и неисправных псевдобулевых схем. // Электронное моделирование –1997. - N 1. - С. 58-63.
22. Huang, L.P.; Bryant, R.E. Intractability in linear switch-level simulation //IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol.: 12 ,№ 6 , June 1993 , pp. 829 -836.
23. Electronic Design Automation: Synthesis, Verification, and Test/ Edited by Laung-Terng Wang, Yao-Wen Chang, Kwang-Ting (Tim) Cheng. – Morgan Kaufmann Publishers is an imprint of Elsevier, 2009. -934 p.
24. Sung-Mo (Steve) Ang, Yusuf Leblebici. Cmos Digital Integrated Circuits/ The McGraw-Hill Comp, 2003. -658 p.

**A.I. Andruckin.** *Influence of the form and structure of the systems on the accuracy of their research and the efficiency of their operation. The well-known problem of determining the stability and correctness of the solutions of tasks with variable parameters and initial values considered in the article. The objectives of the study was to analyze the properties of solutions of known problems, such as stability control solutions, stability and accuracy of the solution. These problems are connected with the problem of the calculation of multiple roots of the characteristic polynomial. Option with characteristic polynomial coefficients of variation at a multiple zero roots is especially important. Visual computer analysis of their correctness showed the need for careful analysis of each specific problem. Influence management structure of the efficiency of its operation is considered. Analysis of the structure of base-level systems are executed. These subsystems are the basis for hierarchical systems. Numerical simulation results are presented. For the first time a method is proposed to improve the accuracy of the parallel simulation on the switch level. Theoretical knowledge and practical aspects of the method and an example of its use are considered. The calculations use mathematical Maple and Mathematica packages. The main conclusion of this study is the need for a thorough analysis of each specific problem to assess the parametric stability and sensitivity of the solution. Visual results of computer simulations are presented.*

**Keywords:** modeling, structure, system, efficiency parallel simulation, the switch level, accuracy

Статья поступила в редакцию 20.04.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук В.Н. Павлышом

УДК 004.9

## Анализ современных подходов к процедурам узнавания и распознавания лиц для систем биометрического контроля

А. Я. Аноприенко, С. В. Иваница, Р. В. Лычагин  
Донецкий национальный технический университет  
ivanitsa-serg@rambler.ru

*Аноприенко А. Я., Иваница С. В., Лычагин Р. В. Анализ современных подходов к процедурам узнавания и распознавания лиц для систем биометрического контроля. Определены поэтапные задачи для качественного распознавания лица в технологии распознавании объектов. Проанализированы основные современные алгоритмы распознавания лиц. Предложена общая идея структуры базы данных и поиска в рамках разрабатываемой системы динамического распознавания лиц для идентификации и аутентификации личности.*

**Ключевые слова:** распознавание лиц, фильтр Габора, метод Виолы-Джонса, графы, FERET.

### Введение

Интерес к процессам идентификации и аутентификации личности в современном мире набирает все возрастающую практическую потребность: от систем охраны и верификации банковских карточек до криминалистической экспертизы и идентификации преступников при рецидиве. Поскольку, одним из однозначно различных критериев личности, является человеческое лицо, то в аспекте идентификации (а позже, и аутентификации) личности следует понимать процедуру динамического распознавания лиц.

Задача эффективного поиска и идентификации человеческого лица, не является для компьютерных систем тривиальной и вполне очевидной для разработчиков специализированного программного обеспечения. Работа со слабоконтрастными объектами (с точки зрения восприятия компьютерной системой человеческого лица, в отличие от естественной идентификации лица человеческим глазом) является наиболее значимой для развития искусственного интеллекта (ИИ), делающей акцент на системах компьютерного (кибернетического) зрения, которые кроме процедур распознавания обеспечивают кодирование/декодирование и хранение цифровых изображений лиц. Такие системы можно рассматривать как в свете классической проблемы восприятия, так и в свете новых подходов [1] к распознаванию объектов.

### Общая структура распознавания лиц

Несмотря на большое разнообразие алгоритмов распознавания лиц, можно выделить общую структуру данного процесса [2], которая

представлена на рис. 1.

На первом этапе производится обнаружение и локализация лица на изображении (наиболее эффективным является использование метода Виолы-Джонса). Слежение подразумевает более упрощенные способы локализации лица (т.к. лицо к данному моменту однозначно определено) на последующих кадрах непрерывного видео.



Рисунок 1 – Общая структура распознавания лиц

На втором этапе производится выравнивание изображения в найденной области (геометрическое и яркостное преобразование, применение фильтров). Вычисление и сравнение признаков варьируется между методами, и при этом все сводится к определенному сравнению вычисленных признаков с заложенными в базу данных эталонами. В данной работе будет также рассмотрено использование метода гибкого

сравнения на графах.

### Метод Виолы-Джонса

В методе Виолы-Джонса используется интегральное представление изображения – матрица, которая совпадает по размерам с исходной и в каждом ее элементе хранится сумма всех элементов, находящихся левее и выше данного [3].

Элементы представлены в матричном виде и рассчитываются по следующей формуле (1):

$$I(x, y) = \sum_{\substack{x' < x \\ y' < y}} i(x', y') \quad (1)$$

где  $i(x', y')$  — яркость пикселя исходного изображения.

Таким образом, каждый элемент  $I(x, y)$  интегрального изображения содержит в себе сумму интенсивности пикселей в прямоугольнике от  $(0, 0)$  до  $(x', y')$ .

Формирование интегрального изображения занимает линейное время, пропорциональное числу пикселей исходного изображения, и осуществляется за один проход. Расчет интегрального изображения  $I$  можно производить по рекуррентной формуле (2):

$$\begin{aligned} I(x, y) = & i(x, y) + I(x-1, y) + \\ & + I(x, y-1) - I(x-1, y-1) \end{aligned} \quad (2)$$

Важнейшим достоинством интегрального представления изображения является возможность быстрого вычисления суммы пикселей произвольного прямоугольника (3), а также любой другой фигуры, которую можно аппроксимировать несколькими прямоугольниками.

$$S = \sum_{\substack{x_0 \leq x \leq x_1 \\ y_0 \leq y \leq y_1}} i(x, y) = I(A) + I(C) - I(B) - I(D) \quad (3)$$

Для описания искомым объектов (лицо, руки, или пр. предметы) используются каскады признаков. Сам по себе каскад Хаара — это набор примитивов (рис. 2), для которых считается их свертка с изображением. Используются самые простые примитивы, состоящих из прямоугольников и имеющих всего два уровня, +1 и -1.

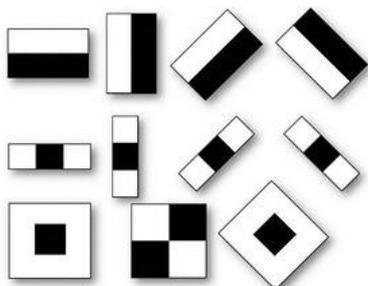


Рисунок 2 – Набор примитивов для описания объектов

При этом каждый прямоугольник используется несколько раз разного размера. Под сверткой тут подразумевается  $s = X - Y$ , где  $Y$  — сумма элементов изображения в темной области, а  $X$  — сумма элементов изображения в светлой области.

Такие свертки призваны структурировать информацию об объекте: например, в работе [6] показано что, для центра лица человека будет всегда отрицательная свертка, пример получения которой показан на рис. 3.

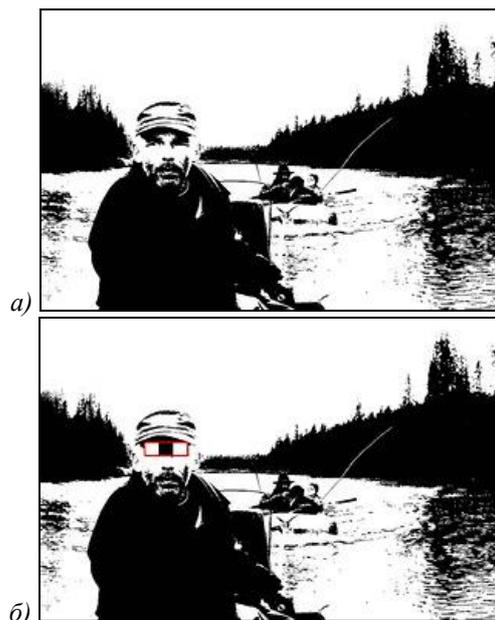


Рисунок 3 – Пример получения свертки для центра лица человека (а – исходное изображение, б – наложение свертки на центр лица) [6]

### Формирование алгоритма слежения при повороте лица

Метод Виолы-Джонсона хоть и считается достаточно быстрым для использования в потоковых видео, но он имеет свои ограничения. При повороте лица на  $\sim 15^\circ$  метод становится бесполезным. Поскольку полученные свертки достаточно точны, можно подгрузить дополнительные описатели либо фронтального лица, либо профильного, что приводит к потере результата, когда человек начинает поворачивать голову. Хотя подобное нельзя сказать при обнаружении более плоских объектов, например, глаза (он виден только во фронтальном расположении лица).

Так же если не настроить точность данного метода (размеры минимального и максимального квадрата поиска, количество пересечений, найденных областей и т. д.) уменьшается вероятность быстрой работы, но повышается вероятность правильного результата. Однако она также может варьироваться, поскольку качество изображения или потокового видео может быть получено с веб-

камер (плохое или среднее качество) или камер видео наблюдений до HD или HQ (высокое качество). При плохих разрешениях появляется много шумов или артефактов, которые могут исказить лицо (особенно находящиеся на расстоянии) настолько, что даже человек будет не в состоянии провести идентификацию по имеющемуся видеоряду. Также некоторые группы артефактов могут сформировать некоторое подобие лица, что приведет к ложному распознаванию, что потребует использовать более высокие настройки точности аппаратно-программного комплекса, чтобы в дальнейшем избежать подобных ошибок. Все эти особенности усложняют повторное обнаружение лица на следующих кадрах и делают слежение в реальном времени невозможным.

Так для ускорения повторного поиска можно уменьшить область повторного поиска. При частоте 30 кадров в секунду, предполагая нахождение объекта на предыдущем кадре, можно утверждать, что за 33 миллисекунды он сдвинется незначительно и тем самым при повторном поиске искать уже не на всем кадре, а лишь в увеличенном (x1.5) квадрате предыдущего результата (ROI). Так и при приближении или движении объекта он будет найден в этой области.

Для решения проблем слежения при развороте объекта неизвестной стороной и потери лица методом Виолы-Джонсона, можно использовать алгоритм шаблонного соответствия (Template Matching) [9]. Сохраняя предыдущее найденное изображение и поиск подобного на ROI нового кадра. Особенность метода в том, что он всегда возвращает результат. Но и данный метод имеет свои проблемы так как со временем окно может сползти в область где нет лица и продолжать сравнение с последовательно предыдущим кадром тем самым оставаться на месте потеряв лицо. Поэтому вводятся ограничения по времени использования для этого метода. Как только отказывает основной метод распознавания, то начинает работать шаблонное соответствие, и при этом запускается таймер. Если таймер превышает некоторое ограничение (например, 2 секунды), лицо считается потерянным и сбрасываются все предыдущие значения. Однако подобное ограничение будет неприемлемым если лицо долго остается повернутым на некоторый неприемлемый для метода угол, так же при этом программа может утверждать, что затылок человека тоже лицо.

Таким образом, описанный выше алгоритм работы программы представлен в виде блок-схемы на рис. 4.

### Метод гибкого сравнения на графах (Elastic graph matching)

Суть метода сводится к эластичному

сопоставлению графов, описывающих изображения лиц [2, 5]. Лица представлены в виде графов со взвешенными вершинами и ребрами. На этапе распознавания один из графов — эталонный — остается неизменным, в то время как другой деформируется с целью наилучшей подгонки к первому. В подобных системах распознавания графы могут представлять собой как прямоугольную решетку, так и структуру, образованную характерными (антропометрическими) точками лица (рис. 5). В вершинах графа вычисляются значения признаков, чаще всего используют комплексные значения фильтров Габора или их упорядоченных наборов (рис. 6) — Габоровских вейвлет (строки Габора), которые вычисляются в некоторой локальной области вершины графа локально путем свертки значений яркости пикселей с фильтрами Габора (рис. 7).

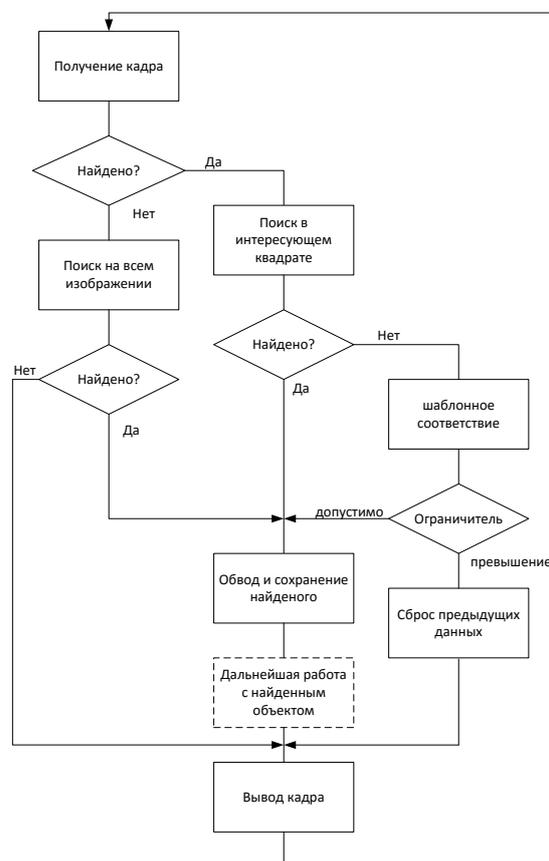
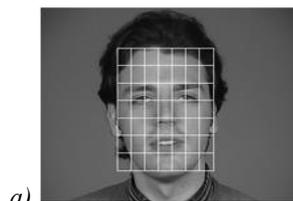


Рисунок 4 – Блок-схема работы алгоритма слежения



a)

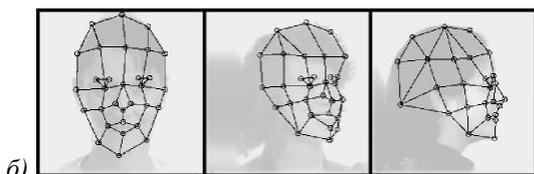


Рисунок 5 – Пример структуры графа для распознавания лиц (а – регулярная решетка, б – граф на основе антропометрических точек лица)

Ребра графа взвешиваются расстояниями между смежными вершинами. Различие (расстояние, дискриминационная характеристика) между двумя графами вычисляется при помощи некоторой ценовой функции деформации, учитывающей как различие между значениями признаков, вычисленными в вершинах, так и степень деформации ребер графа.

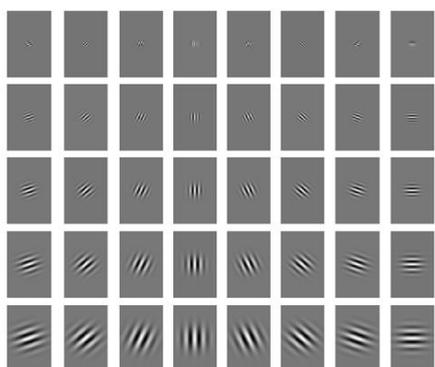


Рисунок 6 – Набор (банк, jet) фильтров Габора

| Входное изображение | Пример двух фильтров Габора | Результат свертки входного изображения лица и фильтров Габора |
|---------------------|-----------------------------|---|
|                     |                             |   |

Рисунок 7 – Пример свертки изображения лица с двумя фильтрами Габора

Деформация графа происходит путем смещения каждой из его вершин на некоторое расстояние в определенных направлениях относительно ее исходного местоположения и выбора такой ее позиции, при которой разница между значениями признаков (откликов фильтров Габора) в вершине деформируемого графа и соответствующей ей вершине эталонного графа будет минимальной. Данная операция

выполняется поочередно для всех вершин графа до тех пор, пока не будет достигнуто наименьшее суммарное различие между признаками деформируемого и эталонного графов. Значение ценовой функции деформации при таком положении деформируемого графа и будет являться мерой различия между входным изображением лица и эталонным графом. Данная «релаксационная» процедура деформации должна выполняться для всех эталонных лиц, заложенных в базу данных системы. Результат распознавания системы — эталон с наилучшим значением ценовой функции деформации (рис 8).



Рисунок 8 – Пример деформации графа в виде регулярной решетки

В отдельных публикациях указывается 95-97%-ая эффективность распознавания даже при наличии различных эмоциональных выражений и изменении ракурса лица до 15°. Однако разработчики систем эластичного сравнения на графах ссылаются на высокую вычислительную стоимость данного подхода. Например, для сравнения входного изображения лица с 87 эталонными тратилось приблизительно 25 секунд при работе на параллельной ЭВМ с 23 транспьютерами [4]. В других публикациях по данной тематике время либо не указывается, либо говорится, что оно велико.

К недостаткам данного метода относится высокая вычислительная сложность процедуры распознавания, а также низкая технологичность при запоминании новых эталонов и линейная зависимость времени работы от размера базы компьютерного изображения лица.

Основные проблемы [4, 7], связанные с разработкой систем распознавания лиц представлены на рис. 9, 10.



Рисунок 9 – Проблема неравномерной освещенности лица



Рисунок 10 – Проблема положения головы (в подобном случае лицо – трехмерный объект)

С целью оценки эффективности предложенных методов распознавания лиц, агентство DARPA и исследовательская лаборатория армии США разработали программу FERET (FacE REcognition Technology) [8].

В масштабных тестах программы FERET принимали участие алгоритмы, основанные на гибком сравнении на графах и всевозможные модификации метода главных компонент (PCA). Эффективность всех алгоритмов была примерно одинаковой. В этой связи трудно или даже невозможно провести четкие различия между ними (особенно если согласовать даты тестирования).

Для фронтальных изображений, сделанных в один и тот же день, приемлемая точность распознавания, как правило, составляет 95%. Для изображений, сделанных различными средствами при разном освещении, точность, как правило, падает до 80%. Для изображений, сделанных с разницей в год, точность распознавания составила примерно 50%. При этом стоит заметить, что 50% — это более чем приемлемая точность работы системы подобного рода.

Ежегодно FERET публикует отчет о сравнительном испытании современных систем распознавания лиц [8] на базе лиц более одного миллиона. При этом в последних отчетах не раскрываются принципы построения систем распознавания, а публикуются только результаты работы коммерческих систем. На сегодняшний день лидирующей является система NeoFace [10] разработанная компанией NEC.

**Общая идея структуры базы данных и поиска**

В ходе работы над данным проектом планируется разработать систему динамического распознавания лиц и идентификации личности.

Для этого с помощью метода Виолы-

Джонсона локализовать лицо на изображении. Используя фильтр Габора с набором динамических параметров определить антропологические точки лица. По ним построить граф. Используя различные методы сравнения графов определить или разработать наиболее эффективный.

Создать динамическую базу данных с набором описателей лиц, привязанных к личностям. Предполагается хранение минимум двух записей для каждого лица: одна — с коэффициентами, рассчитанными на меньшем изображении (хуже качество), вторая — в оригинальном или большем формате (выше качество). Причем второй записи у отдельных пользователей может и не быть (рис. 11), так как оригинал не был достаточно велик для его создания (увеличение изображения приводит к размытию и потери качества).

Подобная структура записей (рис. 12) позволит теоретически ускорить поиск, сделав упрощенное сравнение сначала на всех записях, а после уточнить уже на полученном множестве.

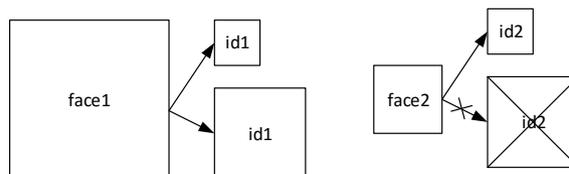


Рисунок 11 – Предложенное хранение минимум двух записей для каждого лица

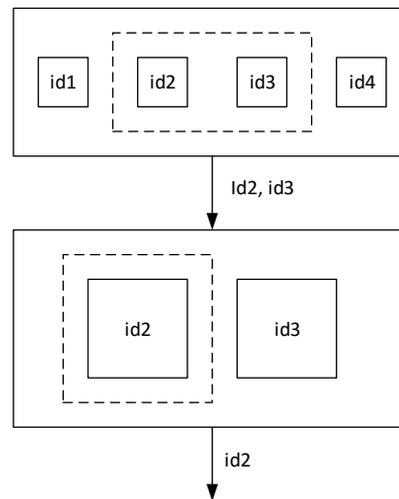


Рисунок 12 – Предложенная структура записей лица

Планируется, сделать возможность динамически без участия пользователя создавать новые записи, нераспознанных лиц, и привязывать их к датам обнаружения.

Предполагается, возможность применение или разработки фильтров для повышения качества

изображения (в рамках данной темы) и решения проблем с плохим освещением.

### Выводы

Компьютерное зрение — развивающаяся отрасль программирования, но при этом востребована и имеет большой спектр применения. Функцию идентификации людей на фотографиях активно используют в программном обеспечении для управления фотоальбомами (Picasa, iPhoto и др.). Скомбинировав ее с реальными параметрами, можно составлять альбомы по отдельному человеку. Идентификация также находит свое применение в системах безопасности, например при распознавании сотрудников объекта (учреждения).

При разработке программного обеспечения данного проекта идентификация личности до конца не реализована, однако выполнены нахождение лица и распознавание части признаков с помощью всего двух параллельных вейвлет Габор. С увеличением ряда фильтров и калибровки их параметров, возможны нахождение большего числа признаков и отсеки шумов. На основе полученных точек также появится возможность построения графа для выполнения сравнительного анализа и идентификации личности.

Основными трудностями на данном этапе выполнения проекта является настройка параметров фильтра Габор и разработка алгоритмов построения и сравнения графов.

В дальнейшем планируется использование средств и методов постбинарного компьютерного анализа [11, 12] для повышения точности вычислений. Так, например, некоторые помехи можно обозначать как неопределенность, вследствие чего помехи не будут просто отбрасываться, а сохранятся как возможные особенности лица.

### Список использованной литературы

1. Технология распознавания лиц / Data Систем. Товары и технологии XXI. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://hardbroker.ru/pages/recognition>. — Заглавие с экрана.
2. Коломиец В. Анализ существующих подходов к распознаванию лиц. [Электронный ресурс] / Блог компании Синезис. — Режим доступа: <http://habrahabr.ru/company/synesis/blog/238129>.
3. OpenCV шаг за шагом. Интегральное изображение. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://robocraft.ru/blog/computervision/53-6.html>
4. Lades M. Distortion Invariant Object Recognition in the Dynamic Link Architecture. [Электронный ресурс] / Martin Lades, Jan C. Vorbruggen, Joachim Buhmann, Jorg Lange, Christoph v.d. Malsburg, Rolf P. Wurtz, Wolfgang Konen. — IEEE Transactions on Computers, vol. 42, No. 3, March 1993. — Режим доступа: [http://www.cse.psu.edu/~rtc12/CSE597E/papers/o\\_bjrecLadesMarlsberg93.pdf](http://www.cse.psu.edu/~rtc12/CSE597E/papers/o_bjrecLadesMarlsberg93.pdf).
5. Grother P. Face Recognition Vendor Test (FRVT). Performance of Face Identification Algorithms. / Patrick Grother, Mei Ngan. — Information Access Division National Institute of Standards and Technology. — May 26, 2014 — p. 138.
6. Мальцев А. Использование каскада Хаара для сравнения изображений [Электронный ресурс] / Мальцев Антон. — Режим доступа: <https://habrahabr.ru/post/198338/>. — Заглавие с экрана.
7. Face Recognition [Электронный ресурс] / NISTC Subcommittee on Biometrics and Identity Management Room. — 7 August, 2006. — Режим доступа: <http://www.biometrics.gov/documents/>.
8. Face Recognition Technology (FERET). Instructions on getting FERET database [Электронный ресурс]. / National Institute of Standards and Technology's web site. — Режим доступа: <http://www.nist.gov/itl/iad/ig/feret.cfm>.
9. Fast and robust face detection and tracking: mc-jesus/face\_detect\_n\_track. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [https://github.com/mc-jesus/face\\_detect\\_n\\_track](https://github.com/mc-jesus/face_detect_n_track).
10. NeoFace® Watch Generate Real-time Alerts Using Highly Accurate Face Recognition Technology. [Электронный ресурс]. / NEC Corporation of America, 2013. — Режим доступа: <https://www.necam.com/docs/?id=c8a08fd5-e79c-4f00-9f37-9919318cc772>.
11. Аноприенко А. Я. Постбинарный компьютерный и интервальные вычисления в контексте кодологической эволюции. / А. Я. Аноприенко, С. В. Иваница — Донецк, ДонНТУ, УНИТЕХ, 2011. — 248 с.
12. Аноприенко А. Я. Тетралогия, тетравычисления и ноокомпьютинг. Исследования 2010–2012. / А. Я. Аноприенко, С. В. Иваница — Донецк: ДонНТУ, Технопарк ДонНТУ УНИТЕХ, 2012. — 308 с.

---

*Anopriyenko A., Ivanitsa S., Lychagin R. A analysis of modern approaches to the procedures for recognition and face recognition for biometric systems. Defined milestone objectives for quality facial recognition technology in the recognition of objects. Analyzed the main current face recognition algorithms. The general idea of the database structure and retrieval developed in the framework of the dynamic face recognition systems for identification and authentication of identity.*

**Keywords:** face recognition, Gabor filter, Viola-Jones method, graphs, FERET.

*Анопрієнко О. Я., Іваниця С. В., Личагін Р. В. Аналіз сучасних підходів до процедур впізнавання та розпізнавання обличчя для систем біометричного контролю. Визначено поетапні завдання для якісного розпізнавання обличчя в технології розпізнавання об'єктів. Проаналізовано основні сучасні алгоритми розпізнавання обличчя. Запропоновано загальну ідею структури бази даних і пошуку в рамках розроблюваної системи динамічного розпізнавання обличчя для ідентифікації і аутентифікації особистості.*

**Ключові слова:** розпізнавання осіб, фільтр Габора, метод Віоли-Джонса, графи, FERET.

Стаття поступила в редакцію 21.05.2016  
Рекомендована к публікації д-ром техн. наук В.Н. Павльишом

УДК 004.522

## Речевой интерфейс для интеллектуализации ввода компьютерных программ

В.С. Бакаленко, О.И. Федяев  
Донецкий национальный технический университет  
fedyaev@r5.dgtu.donetsk.ua  
valeriy.bakalenko@gmail.com

*Бакаленко В.С., Федяев О.И. Речевой интерфейс для интеллектуализации ввода компьютерных программ. В статье описывается система речевого ввода текста программы на языке программирования. Речевой интерфейс представляется программистам более естественный способ набора исходного кода программы. Ядром интерфейса является акустико-лингвистическая модель автоматического распознавания речи.*

*Ключевые слова:* речь, Sphinx, распознавание, синтез.

### Введение

В настоящее время набор текста программы на языке программирования выполняется вручную с помощью клавиатуры. Процедура ввода требует хороших навыков работы с клавиатурой, большого внимания и напряжения на зрение. Такой способ ввода для человека является трудоёмким и не совсем удобным [1-3]. Этот недостаток можно устранить путём качественного решения задачи автоматического распознавания речи [4].

Основными проблемами в решении этой задачи являются: большой объём словаря используемых слов; высокая скорость распознавания; качество распознавания. Кроме того, необходимо учитывать многообразие вариантов названий переменных и функций. Скорость распознавания должна быть приемлемой, чтобы программист мог диктовать код и видеть в реальном времени предварительные результаты распознавания [5]. От точности распознавания зависит результат компиляции исходного кода и время исправления ошибок.

3 Поэтому цель данной работы состоит в разработке речевого интерфейса, обеспечивающего взаимодействие человека с компьютером более естественным способом. Задача ввода текста программ голосом решается с помощью технологии Sphinx. Она обеспечивает возможность построения акустико-лингвистической модели для любого языка программирования и настройки на особенности голоса диктора.

### Инструментальная среда CMU Sphinx4

На сегодняшний день Sphinx [4], является

самым популярным и работоспособным из открытых движков. Он разработан в университете Карнеги-Меллона с участием Массачусетского технологического института и Sun Microsystems. CMU Sphinx распространяется на условиях лицензии BSD, т. е. доступен для коммерческого и некоммерческого использования. Одним из достоинств Sphinx является поддержка множества языков и способность создавать свои собственные модели распознавателей речи.

Sphinx-4, как версия из семейства CMU Sphinx [6], состоит из двух компонентов: «тренера» (trainer) и декодера. Тренер создаёт акустическую модель, адаптированную под конкретные потребности, а декодер выполняет собственно распознавание. Архитектура Sphinx-4 на верхнем уровне относительно проста. Как показано на рисунке 1, она включает FrontEnd, клиентскую часть (приложение), декодер и базу знаний.

Блок FrontEnd отвечает за сбор, аннотирование и обработку входных данных. Кроме того, он извлекает объекты из входных данных для чтения с помощью декодера. Аннотации, предусмотренные во FrontEnd, включают в себя начальный и конечный сегменты данных. Операции, выполняемые на данном этапе, реализуют шумоподавление, автоматическую регулировку усиления, анализ Фурье, спектральную фильтрацию Мэла и др.

База знаний содержит информацию необходимую для декодера. Эта информация включает в себя акустическую модель и модель языка. В свою очередь декодер может послать команду базе знаний, требующую от базы знаний динамически изменять себя на основе результатов поиска. Эти модификации могут заключаться в переключении акустических моделей и/или языка модели, а также обновлении некоторых параметров, например, дисперсии преобразования для акустических моделей.



Рисунок 1 – Структура инструментария CMU Sphinx4

Декодер выполняет основную часть работы. Он считывает данные с FrontEnd, сопоставляет их с данными из базы знаний и откликом приложения, а также выполняет поиск в пространстве наиболее вероятных последовательностей слов, которые входят в число претендентов на выбор. Термин «пространство поиска» означает описание наиболее вероятных последовательностей слов, которые динамически обновляются с помощью декодера в процессе декодирования.

В отличие от множества других архитектур распознавателей речи Sphinx-4 позволяет приложению контролировать множество функций речевого движка. Во время декодирования приложение может получать данные от декодера. Эти данные позволяют приложению отслеживать, как происходит процесс декодирования, а также влиять на процесс декодирования до его завершения. Кроме того, приложение может обновлять базу знаний в любое время.

Но главным достоинством Sphinx является возможность описания проектируемого распознавателя на уровне формальных моделей, что и послужило основанием для выбора Sphinx-4 в качестве инструментария.

Лингвистическая модель является основой построения приложения распознающего и синтезирующего речь.

Лингвистическая модель состоит из словаря, языковой модели, списка фонем и прочих звуков, обучающего множества. Она служит входными данными для построения акустической модели. В словаре содержится список слов и транскрипции к ним. Транскрипции должны состоять исключительно из фонем, которые присутствуют в списке фонем. Помимо слов есть и другие звуки, не несущие в себе смысловой нагрузки: звуки дыхания, различный шум. Языковая модель – совокупность вероятностей появления слов в речи. В соответствии со всеми вышеперечисленными характеристиками речи записывается аудиобазы и она оформляется в виде

обучающих примеров с правильными ответами. Каждая аудиозапись должна иметь своё текстовое представление. Чем больше материала в аудиобазе, тем лучше качество распознавания. Элементы информационной структуры лингвистической модели показаны на рисунке 2.

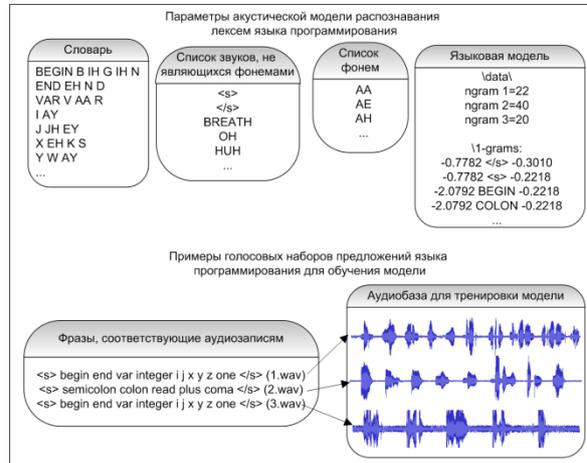


Рисунок 2 – Информационная структура лингвистической модели

**Общая схема распознавания и синтеза речи**

Взаимодействие человека и компьютера осуществляется с помощью клавиатуры, мыши, монитора, микрофона и колонок. С помощью микрофона и подсистемы отвечающей за распознавание речи пользователь может вводить голосом тексты программ на языке программирования Pascal. Также имеется возможность производить ввод текста программы с помощью клавиатуры. Речевой синтез текстов программ Pascal осуществляется с помощью колонок или наушников и при помощи подсистемы синтеза речи. Кроме того, можно настроить скорость и громкость чтения текстов программ.

Человек отвечает за ввод текстов программ с помощью клавиатуры либо микрофона. Компьютер занимается распознаванием речи, ее синтезом и выводом результатов на формы приложения, отображаемые на мониторе. Во время работы, приложение выводит различную служебную информацию о ходе распознавания речи.

Благодаря разработанному программному продукту пользователь может вводить тексты программ не только с помощью клавиатуры, но и с помощью речи. Чтобы не напрягать зрение и проверять программу, пользователь может просто прослушать написанную им программу.

Функциональная схема разработанного приложения изображена на рисунке 3.



Рисунок 3 – Общая схема речевого интерфейса

**Разработка речевого интерфейса**

Разрабатываемый интерфейс внешне выглядит как приложение-блокнот, сохраняющий возможность ввода текста с помощью клавиатуры, а так же позволяющий вводить тексты программ с помощью речи, а затем сохранять их, озвучивать и отправлять на компиляцию [7].

Интерфейс приложения, изображенный на рисунке 4, состоит из строки заголовка, строки меню, рабочей области, кнопок для активирования режимов синтеза и распознавания речи, а также небольшой области с выводом сообщений о состоянии инструмента распознавания.

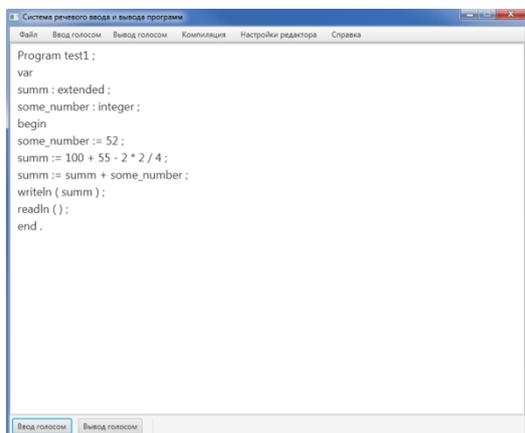


Рисунок 4 – Интерфейс приложения распознавания и синтеза речи

Словарь в созданном приложении состоит из 100 основных слов. Из этих слов и составляются все тестовые предложения, примеры и обучающие множества.

В документации к Sphinx4 сказано, что кроме фонов, используемых для распознавания слов, существуют еще 3 фонемы, которые не являются звуками: <s> - начало предложения, <sil> - тишина в середине предложения, </s> - конец предложения. По сути, все эти фонемы

обозначают тишину и отличаются лишь своим положением в сказанной фразе. Система определяет их сама и пользователю совершенно не надо о них беспокоиться.

В виду того, что грамматику Pascal нет возможности приспособить для создания грамматической модели используемой в Sphinx4, из-за использования правых и левых рекурсий, было решено использовать наиболее популярную языковую модель – N-граммную (рис.5) [8-10].

| 1-grams:              | 2-grams:                                | 3-grams:                                  |
|-----------------------|---|---|
| -0.9382 </s> -0.3010  | -2.8842 <s> AND -0.2553                 | -0.3010 <s> AND </s>                      |
| -0.9382 <s> -0.1647   | -2.8832 <s> ARRAY 0.0000                | -0.6021 <s> ARRAY </s>                    |
| -2.8224 AND -0.2255   | -2.8842 <s> ASM 0.0000                  | -0.6021 <s> ARRAY LEFT-SQUARE-BRACKET     |
| -2.8224 ARRAY -       | -1.8050 <s> ASSIGN 0.0000               | -0.3010 <s> ASM </s>                      |
| 0.2472                | -2.8842 <s> ASTERISK 0.0000             | -1.3802 <s> ASSIGN </s>                   |
| -3.2204 ASM -0.2478   | -2.8832 <s> AT 0.0000                   | -1.3802 <s> ASSIGN FALSE                  |
| -2.2910 ASSIGN -      | 0.2472                                  | -1.3802 <s> ASSIGN NIL                    |
| 0.2068                | -0.3010 ASM </s> -0.3010                | -1.3802 <s> ASSIGN NOT                    |
| -3.5214 ASTERISK -    | -1.2304 ASSIGN </s> -                   | -1.3802 <s> ASSIGN RANDOM                 |
| 0.2478                | 0.3010                                  | -1.3802 <s> ASSIGN SQUARE-ROOT            |
| -3.2204 AT -0.2438    | -1.5315 ASSIGN FALSE 0.0000             | .....                                     |
| -3.5214 BACKSLASH -   | -1.5315 ASSIGN LEFT-PARENTHESIS -0.0458 | -0.3010 <s> DO </s>                       |
| -0.2478               | -1.5315 ASSIGN NIL 0.0000               | -0.6021 <s> DOT </s>                      |
| -2.3173 BEGIN -0.2466 | -1.5315 ASSIGN NOT -0.1249              | -0.6021 <s> DOT DOT                       |
| -2.7432 BOOLEAN -     | -1.5315 ASSIGN RANDOM -0.2218           | -0.6021 <s> DOUBLE </s>                   |
| 0.2365                | -1.5315 ASSIGN SQUARE-ROOT -0.0969      | -0.6021 <s> DOUBLE SEMICOLON              |
| -2.7432 BYTE -0.2365  | .....                                   | .....                                     |
| .....                 | .....                                   | -0.3010 COLON ARRAY </s>                  |
| .....                 | .....                                   | -0.3010 COLON BOOLEAN SEMICOLON           |
| .....                 | .....                                   | -0.6021 CONSTRUCTOR NAME LEFT-PARENTHESIS |
| .....                 | .....                                   | -0.6021 CONSTRUCTOR NAME SEMICOLON        |

Рисунок 5 – N-граммная языковая модель

**Полученные результаты**

Для тестирования разработанных моделей были написаны различные программы на языке программирования Pascal. Пример распознаваемых аудиофайлов, описывающих речевые произношение операторов исходного текста программы изображен на рисунке 6.

Входные данные для тестирования состоят из записанных фраз и их текстового представления для того, чтобы программный продукт мог их сопоставлять в ходе тестирования.

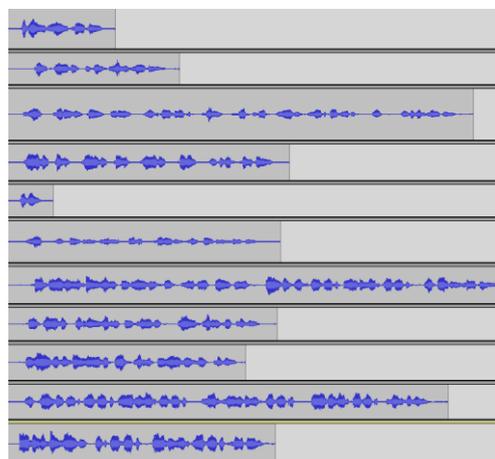


Рисунок 6 – Примеры тестовых аудиофайлов

Одним из ключевых моментов является то, что в виде тестового примера приложению необходимо подавать заново записанные примеры, а не те аудиофайлы, на которых производилось обучение системы [13], чтобы не повлиять на качество результатов тестирования.

Суть эксперимента заключалась в определении достаточного количества обучающего материала для хорошего уровня распознавания системы. Грамотно составленная языковая модель сильно влияет на распознавание речи, и она была составлена из списка самых часто встречающихся конструкций языка Pascal. Однако еще более существенный вклад в качество распознавания речи вносит акустическая модель и по важности она занимает первое место. Важно обучить модель так, чтобы она лучше понимала, что говорит человек и как вне зависимости от окружения или говорящего. В данном случае велась разработка однокордных акустических моделей в спокойном окружении, что значительно повышает шансы на верное распознавание речи.

Всего в тестовой программе было 144 слова, и аудиозапись длилась 123,67 секунд. Каждая из акустических моделей проходила ряд тестов с использованием двух языковых моделей. Первая – модель, построенная на словах, вторая – по часто встречающимся словосочетаниям.

Первый тест проводился с акустической моделью, обученной на 100 аудиофайлах. На этой маленькой модели ясно видно, что при малом количестве обучающего материала, распознавание будет сильно зависеть от качества языковой модели. При плохой языковой модели процент ошибки составил 48,96% [12], а при хорошей – 37,44%.

Второй тест проводился с акустической моделью, обученной на 293 аудиофайлах. На этой модели также видна зависимость качества распознавания от языковой модели. При плохой модели ошибка составила 12,96%, а при хорошей – 2,88%.

Третий тест проводился с акустической моделью, обученной на 500 аудиофайлах и на этом тесте уже не так заметна разница в качестве распознавания в зависимости от различных типов моделей. При плохой модели ошибка составила 7,2%, а при хорошей – 2,87%. Это может сказать о том, что чем больше имеется обучающего материала, тем меньше распознавание зависит от качества языковой модели.

Все результаты проведенных тестов изображены на рисунках 7 – 10.

Одним из важных аспектов распознавания речи является оценка скорости распознавания речи и количество потребляемой оперативной памяти.

Все значения на диаграмме в секундах и по ней мы можем судить, что с увеличением

количества обучающих аудиозаписей увеличивается и время распознавания речи. Любое из значений на диаграмме меньше, чем время, затраченное на произнесение речи, что является хорошим показателем.

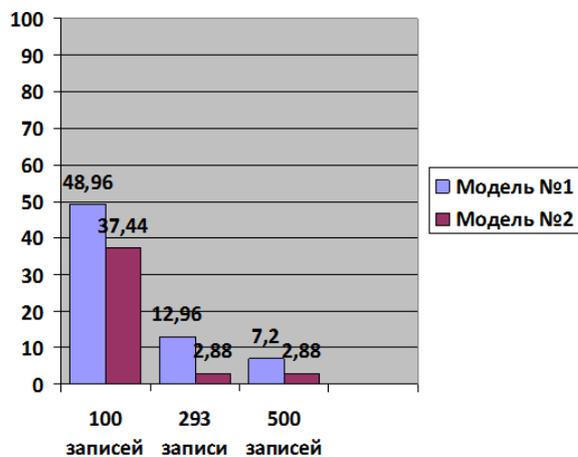


Рисунок 7 – Процент возможной ошибки распознавания

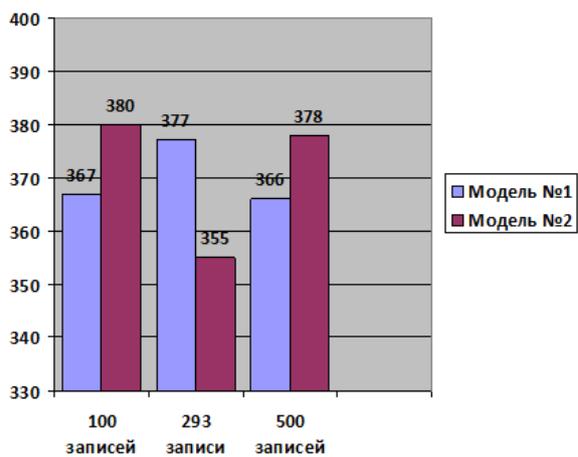


Рисунок 8 – Потребляемая приложением память в мегабайтах при распознавании речи

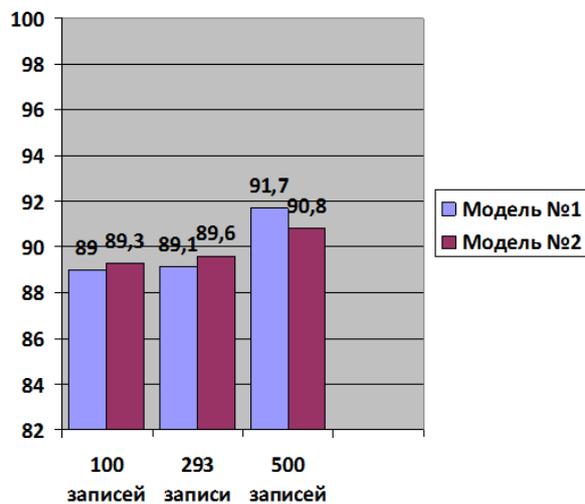


Рисунок 9 – Время распознавания моделями аудиозаписи длительностью 123,67 секунды

Количество потребляемой памяти явно не зависит от качества моделей и от количества обучающего материала. Всего приложению было выделено 400мб оперативной памяти и во всех случаях количество потребляемой разрабатываемым программным продуктом памяти приближалось к этому порогу.

### Выводы

Средствами системы Sphinx были разработаны языковые и акустические модели для словаря в 101 слово. В работе был выполнен анализ эффективности созданных моделей с помощью ряда тестов системы Sphinx на реальном примере программы. Тестирование показало, что данная инструментальная среда пригодна для создания приложений распознавания речи. Качество распознавания зависит от языковой модели и, главным образом, от акустической модели. Важно внимательно подбирать обучающие данные.

Данный программный продукт представляет собой одноклассовое приложение для ввода и вывода текстов программ речью, а также позволяет редактировать их и отправлять на компиляцию. Приложение может послужить хорошим инструментом для облегчения взаимодействия пользователя с компьютером во время написания программ на языке Pascal. Количество потребляемой памяти явно не зависит от качества моделей и от количества обучающего материала. Всего приложению было выделено 400мб оперативной памяти и во всех случаях количество потребляемой разрабатываемым программным

### Литература

1. Федяев О.И., Бакаленко В.С., Савкова Д.Г. Речевой интерфейс для интеллектуализации ввода исходного кода программ: Материалы XV международной научной конференции им. Т. А. Таран «Интеллектуальный анализ информации». – Киев: КПИ, 2015. – с.250-256.
2. Федяев О.И., Бакаленко В.С. Intelligent interface for voice input of program source code: Материалы XI международной научно-технической конференции «Интерактивные системы: проблемы человеко-компьютерного взаимодействия». – Ульяновск: УГТУ, 2015. – с.120-126.
3. Бакаленко В.С., Федяев О.И. Разработка речевого распознавателя на основе моделей языка в среде CMU Sphinx: Материалы международной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Компьютерная и программная инженерия - 2015». – Донецк: ДонНТУ, 2015. – с.34-37.
4. Синтез и распознавание речи. Современные решения [Электронный ресурс]. – Режим доступа <http://www.frolov-lib.ru/books/hi/ch05.html>. – Суббота 5 сентября 2015 10:00:00.
5. Dynamic Programming Algorithms in Speech Recognition / Furtuna T.F. // Revista Informatica Economica. – 2008. - №2(46). – p. 94. – Режим доступа: <http://revistaie.ase.ro/content/46/s%20-%20furtuna.pdf>. – Воскресенье 6 сентября 2015 16:00:00.
6. CMU Sphinx Open Source Toolkit For Speech Recognition Evaluation [Electronic resource]. – Режим доступа: <http://cmusphinx.sourceforge.net>. – Четверг 18 июня 2015 12:30:00.
7. Free Pascal Open source Compiler for Pascal and Object Pascal [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.freepascal.org>. – Среда 23 декабря 2015 11:30:00.
8. Скрытая марковская модель [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Скрытая\\_марковская\\_модель](https://ru.wikipedia.org/wiki/Скрытая_марковская_модель). – Среда 1 июля 2015 22:00:00.
9. Скрытые марковские модели [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikibooks.org/wiki/Скрытые\\_марковские\\_модели](https://ru.wikibooks.org/wiki/Скрытые_марковские_модели). – Четверг 2 июля 2015 10:00:00.
10. N-грамм [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/N-грамм>. – Среда 9 сентября 2015 18:00:00.
11. Word Error Rate Calculation [Electronic resource]. – Режим доступа: <http://martin-thoma.com/word-error-rate-calculation>. – Среда 1 июля 2015 20:00:00.
12. Model Adaptation using MAP [Electronic resource]. – Режим доступа: [http://www1.icsi.berkeley.edu/Speech/docs/HTKBook/node130\\_ct.html](http://www1.icsi.berkeley.edu/Speech/docs/HTKBook/node130_ct.html). – Пятница 16 октября 2015 18:00:00.
13. Training Acoustic Model for CMUSphinx. – Режим доступа: <http://cmusphinx.sourceforge.net/wiki/tutorialam>. – Среда 15 июля 2015 22:00:00.

---

***Bakalenko V., Fedyaev O. Speech interface for intellectualization of computer programs input. The article describes the system of voice input of a program text in a programming language. Programmers seem speech interface more natural way to set a program source code. The core of interface is acoustic-linguistic model of automatic speech recognition.***

**Keywords:** *speech, Sphinx, recognition, synthesis.*

*Статья поступила в редакцию 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук В.Н. Павлышом*

УДК 538.975:539.319:62 – 405.8

**Моделирование локальных упругих характеристик нанокompозитов на основе анодного  $Al_2O_3$  с нитевидными порами, заполненными Cu, Ag и Au**В.В. Бардушкин, Д.А. Кириллов, Ю.И. Шилыева  
Национальный исследовательский университет «МИЭТ»  
[bardushkin@mail.ru](mailto:bardushkin@mail.ru)

**Бардушкин В.В., Кириллов Д.А., Шилыева Ю.И. Моделирование локальных упругих характеристик нанокompозитов на основе анодного  $Al_2O_3$  с нитевидными порами, заполненными Cu, Ag и Au.** Решается задача численного моделирования операторов (тензоров) концентрации напряжений и деформаций в матричных композитах, представляющих собой анодный оксид алюминия с порами, заполненными медью, серебром и золотом. Исследованы зависимости компонент указанных тензоров от параметра структуры композитов, связанного с концентрацией элементов неоднородности.

**Ключевые слова:** моделирование, операторы концентрации напряжений и деформаций, нанокompозиты, анодный оксид алюминия, нитевидные наночастицы.

**Введение**

Нанокompозиты на основе анодного оксида алюминия (АОА) с порами, заполненными различными материалами, представляют большой интерес вследствие стремительного развития технологии нанoeлектронных устройств [1]. Поэтому достоверные данные о механических и термодинамических свойствах таких материалов всегда актуальны.

В работах [2, 3] было теоретически и экспериментально показано на примере легкоплавких металлов (In, Sn и Zn) в порах АОА, что механические напряжения, которые возникают при нагревании из-за различия температурных коэффициентов линейного расширения элементов неоднородности, могут влиять на изменение температуры плавления наночастиц в матрице. Однако для исследованных систем данное влияние оказалось несущественным на фоне размерного эффекта, обусловленного вкладом поверхности.

В этой связи закономерным является вопрос о том, изменится ли ситуация в случае металлов с более высокими температурами плавления. При этом следует отметить, что рассмотрение систем с температурой плавления частиц, значительно превышающей  $1000\text{ }^\circ\text{C}$ , нерационально, поскольку как раз вплоть до указанной температуры структура АОА остается неизменной (поры сохраняют свою форму и размеры) [4]. С учетом данного ограничения, подходящими для рассмотрения являются такие металлы как Cu, Ag и Au, которые к тому же интересны в практическом отношении благодаря уникальным оптическим свойствам композитов на их основе [5, 6].

**Постановка задачи и построение модели**

В настоящей работе рассматриваются нанокompозиты на основе АОА с нитевидными порами, заполненными Cu, Ag и Au. Для изучения влияния механических напряжений на изменение температуры плавления нановолокон Cu, Ag и Au в матрице  $Al_2O_3$  (возникающих при нагревании из-за различий термических коэффициентов линейного расширения компонентов композитов), необходимо уметь прогнозировать их локальные (внутренние) упругие характеристики. Решению проблемы численного моделирования указанных характеристик посвящено данное исследование. Композиты на основе ПАОА представляют собой структуры, состоящие из ячеек шестиугольной формы, примыкающих друг к другу своими сторонами [7, 8]. Это позволяет ввести безразмерный параметр структуры  $h/r$  (см. рис. 1), связанный с объемной концентрацией  $V_B$  нитевидных нанокристаллов с помощью следующего соотношения [7–11]:

$$\frac{h}{r} = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3} \cdot V_B}} - 1. \quad (1)$$

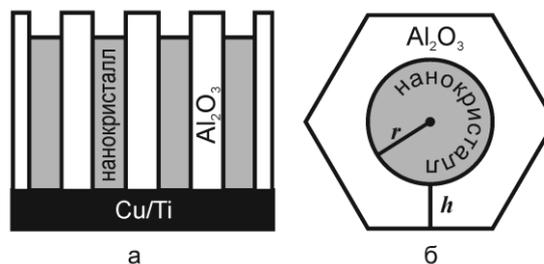


Рисунок 1 — Схематичное представление структуры материала: вид сбоку (а); элементарная ячейка в плоскости поперечного сечения (б)

В формуле (1) и далее по тексту нижний индекс

«в» обозначает величины, относящиеся к волокнам, а «м» – к матрице. Объемная концентрация  $V_v$  определяется как отношение площадей поперечных сечений волокна и шестиугольной ячейки (см. рис. 1б),  $V_m = 1 - V_v$ .

Отметим, что моделирование физико-механических свойств рассматриваемых нанокомпозитов может осуществляться в диапазоне  $0 < V_v < \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ , нижняя и верхняя

границы которого соответствуют случаям  $h/r \rightarrow \infty$  и  $h/r \rightarrow 0$  [2, 3, 7–11].

Для анализа распределения локальных значений напряжений (деформаций) необходимо установление связи между напряжениями  $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$  (деформациями  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$ ) в каждом элементе неоднородности и средними (внешними) напряжениями  $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$  (деформациями  $\langle \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$ ), приложенными ко всему композиту, где  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ ;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор случайной точки неоднородной среды; угловые скобки определяют процедуру усреднения по объему [12–14]. Подобную связь можно установить с помощью безразмерных операторов концентрации напряжений  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и деформаций  $K^\varepsilon(\mathbf{r})$  (тензоров четвертого ранга) [7, 8, 12]:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = K_{ijkl}^\sigma(\mathbf{r}) \langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle, \quad \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = K_{ijkl}^\varepsilon(\mathbf{r}) \langle \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}) \rangle. \quad (2)$$

Для проведения корректного анализа локальной концентрации напряжений и деформаций в композите, позволяющего учитывать взаимодействие элементов неоднородности, состав, структуру материала, форму и концентрацию включений, необходимо решать уравнения равновесия упругой неоднородной среды. Однако в общем случае получить соотношения для численных расчетов операторов концентрации напряжений  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и деформаций

$K^\varepsilon(\mathbf{r})$  не удастся. Поэтому для их вычисления используются различные приближения. Одним из таких приближений, учитывающих перечисленные выше факторы, является обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей [13]. В его рамках используется только сингулярная составляющая тензора Грина уравнений равновесия, зависящая лишь от дельта-функции Дирака, а также вводится однородное тело сравнения, материальные константы которого входят в окончательные выражения для вычисления  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и  $K^\varepsilon(\mathbf{r})$ . Физический смысл обобщенного сингулярного приближения заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций в пределах элемента неоднородности. В этом случае

выражения для операторов  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и  $K^\varepsilon(\mathbf{r})$  имеют следующий вид (индексы опущены) [7, 8, 12]:

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r})(I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \times \\ \times \langle c(\mathbf{r})(I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}, \quad (3)$$

$$K^\varepsilon(\mathbf{r}) = (I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \langle (I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}, \quad (4)$$

где  $I$  – единичный тензор четвертого ранга;  $c(\mathbf{r})$  – тензор модулей упругости;  $c''(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c^c$  – разность между соответствующими параметрами неоднородной среды и однородного тела сравнения, характеристики которого обозначаются верхним индексом «с»;  $g(\mathbf{r})$  – интеграл от сингулярной составляющей второй производной тензора Грина уравнений равновесия, являющийся тензором четвертого ранга. Для вычисления компонент  $g_{ijkl}$  тензора  $g(\mathbf{r})$  необходимо вначале осуществить расчеты компонент  $a_{ijkl}$  тензора четвертого ранга  $A$ , а затем в  $a_{ijkl}$  по двум парам индексов ( $i, j$  и  $k, l$ ) провести операцию симметризации [12, 13]. Компоненты  $a_{ijkl}$  тензора  $A$  вычисляются с помощью следующего соотношения:

$$a_{ijkl} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j t_{il}^{-1} d\Omega, \quad (5)$$

где  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$  – элемент телесного угла в сферической системе координат,  $t_{il}^{-1}$  – элементы матрицы, обратной матрице  $T$  с элементами  $t_{il} = c_{ijkl}^c n_k n_j$ , а  $n_k$  и  $n_j$  ( $k, j = 1, 2, 3$ ) – компоненты вектора внешней нормали к поверхности включения. Для эллипсоидальных включений с главными полуосями  $l_1, l_2$  и  $l_3$  компоненты вектора нормали определяются следующими соотношениями:

$$n_1 = \frac{1}{l_1} \sin \theta \cos \varphi, \quad n_2 = \frac{1}{l_2} \sin \theta \sin \varphi, \quad n_3 = \frac{1}{l_3} \cos \theta.$$

Анализ соотношений (3) и (4) показывает, что операторы концентрации зависят только от материальных параметров среды и структуры материала. Таким образом, исключается информация о виде среднего (внешнего) напряженно-деформированного состояния композита. Отсюда вытекает удобство оценки локального напряженно-деформированного состояния неоднородной среды при помощи операторов концентрации напряжений и деформаций.

При выполнении условия эргодичности можно использовать усреднение по объему (для каждого компонента неоднородного материала). Тогда операция усреднения по всему объему материала

для некоторой случайной величины  $a(\mathbf{r})$  сводится к интегрированию, а для многокомпонентного материала к суммированию средних значений по компонентам:

$$\langle a(\mathbf{r}) \rangle = \sum_s V_s \langle a_s(\mathbf{r}) \rangle,$$

где  $V_s$  и  $a_s(\mathbf{r})$  – объемная концентрация компонента  $s$ -го типа и соответствующая этому компоненту случайная величина,  $\sum_s V_s = 1$  [13, 14].

В частности, для двухкомпонентного композита, содержащего изотропные включения и матрицу, процедура усреднения сводится к суммированию:

$$\langle a(\mathbf{r}) \rangle = V_B a_B + V_M a_M, \quad (6)$$

где  $V_B + V_M = 1$ .

При рассмотрении включений в форме волокон с главными полуосями  $l_1 = l_2 = r$ ,  $l_3 \rightarrow \infty$  для компонент вектора нормали будут выполняться соотношения

$$n_1 = \frac{1}{r} \sin \theta \cos \varphi, \quad n_2 = \frac{1}{r} \sin \theta \sin \varphi, \quad n_3 \rightarrow 0.$$

Возьмем далее для волокнистых матричных композитов с изотропными компонентами в качестве параметров тела сравнения упругие характеристики матрицы [14]. Тогда в выражениях (3) и (4)  $c''(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c_M$ , причем  $c''(\mathbf{r}) = c_B - c_M$  при расчетах в волокне,  $c''(\mathbf{r}) = 0$  – в матрице. Отсюда, учитывая (6), выражения для операторов концентрации напряжений и деформаций в волокне примут следующий вид:

$$K_B^\sigma = c_B (I - g(c_B - c_M))^{-1} \times \\ \times (V_B c_B (I - g(c_B - c_M))^{-1} + V_M c_M)^{-1}, \quad (7)$$

$$K_B^\epsilon = (I - g(c_B - c_M))^{-1} \times \\ \times (V_B (I - g(c_B - c_M))^{-1} + V_M I)^{-1}. \quad (8)$$

Аналогичные выражения для операторов концентрации в матрице примут следующий вид:

$$K_M^\sigma = c_M (V_B c_B (I - g(c_B - c_M))^{-1} + V_M c_M)^{-1}, \quad (9)$$

$$K_M^\epsilon = (V_B (I - g(c_B - c_M))^{-1} + V_M I)^{-1}. \quad (10)$$

В формулах (7)–(10)  $g$  – это тензор  $g(\mathbf{r})$  для волокон, ориентированных вдоль оси  $z$  лабораторной системы координат, вычисляемый при помощи соотношения (5).

### Проведение модельных расчетов

В настоящей работе для однонаправленных нанокомпозитов на основе пористого АОА (модуль Юнга  $E = 140$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,32$ ) с волокнами меди

( $E = 120$  ГПа,  $\nu = 0,38$ ), серебра ( $E = 78$  ГПа,  $\nu = 0,37$ ) и золота ( $E = 80$  ГПа,  $\nu = 0,4$ ) были проведены модельные вычисления операторов концентрации напряжений и деформаций [15].

В численных расчетах при операциях над тензорами использовалась их матричная форма записи. При этом ненулевые элементы  $c_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, 6$ ) симметрической матрицы тензора модулей упругости  $c$  для изотропного материала выражаются через модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  следующим образом [13]:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)};$$

$$c_{44} = c_{55} = c_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)};$$

$$c_{12} = c_{13} = c_{23} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

Взяв в качестве волокон эллипсоиды вращения с полуосями  $l_1 = l_2 = r = 1$ ,  $l_3 \rightarrow \infty$ , по формулам (7)–(10) были проведены вычисления операторов концентрации в волокне и в матрице в зависимости от параметра структуры  $h/r$ , определяемого соотношением (1).

Основным фактором возникновения механических напряжений и деформаций в волокнах Cu, Ag и Au и матрице пористого АОА, является термодинамический, обусловленный различием их термических коэффициентов линейного расширения (особенно при температурах, близких к температурам плавления Cu, Ag и Au) [2, 3, 8]. Поэтому в работе при проведении численных расчетов особое внимание было уделено анализу только компонент 1111, 1133, 3333 и 3311 тензоров  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и  $K^\epsilon(\mathbf{r})$ . Это связано с тем, что в рассматриваемых материалах именно данные компоненты при термодинамических воздействиях «отвечают» за связь между локальными (в направлении, задаваемом двумя первыми индексами операторов концентрации) и средними (в направлении, задаваемом двумя их последними индексами) напряжениями и деформациями.

На рисунках 2–4 представлены зависимости компонент тензоров  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и  $K^\epsilon(\mathbf{r})$  от параметра структуры  $h/r$ . Отметим, что на всех графиках параметр  $h/r$  варьировался в пределах от 0 до 2. Это обусловлено тем, что при дальнейшем увеличении  $h/r$  значения компонент  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и  $K^\epsilon(\mathbf{r})$  изменяются незначительно. Номера кривых на всех графиках соответствуют следующим элементам неоднородности нанокомпозитов: 1 – Cu; 2 – Ag; 3 – Au; 4 –  $Al_2O_3$  (для композита с волокнами Cu); 5 –  $Al_2O_3$  (для

композиата с волокнами Ag); 6 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (для композиата с волокнами Au).

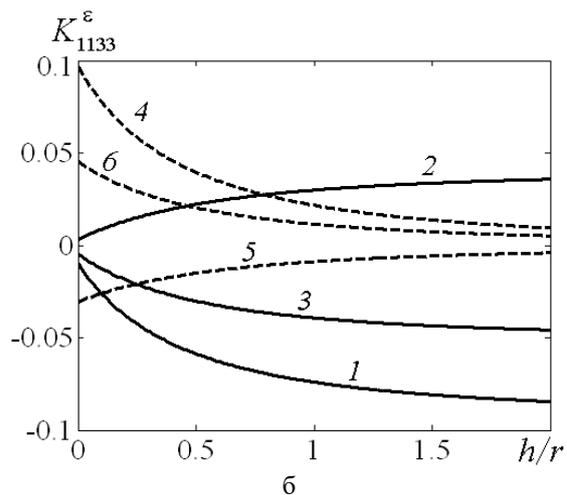
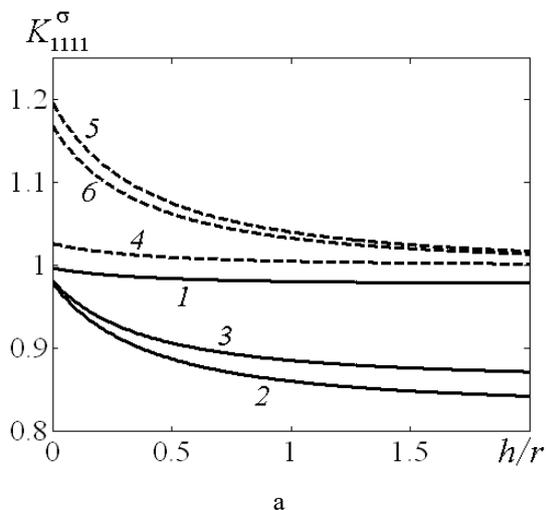
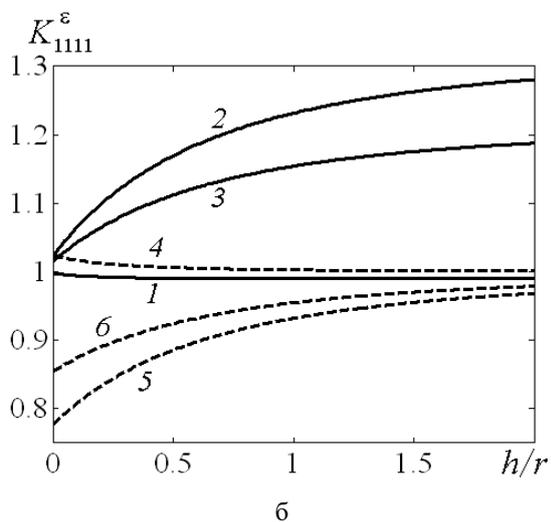


Рисунок 3 — Зависимости компонент 1133 операторов  $K^\sigma(\mathbf{r})$  (а) и  $K^\epsilon(\mathbf{r})$  (б) от  $h/r$



На рисунке 4 представлены зависимости компонент 3333 (см. рис. 4а) и 3311 (см. рис. 4б) только оператора концентрации напряжений. Это обусловлено тем, что во всех элементах неоднородности  $K^epsilon_{3333} = 1$ ,  $K^epsilon_{3311} = 0$ .

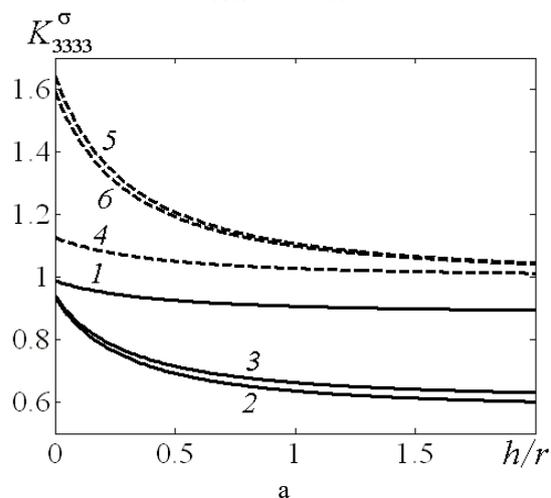


Рисунок 2 — Зависимости компонент 1111 операторов  $K^\sigma(\mathbf{r})$  (а) и  $K^\epsilon(\mathbf{r})$  (б) от  $h/r$

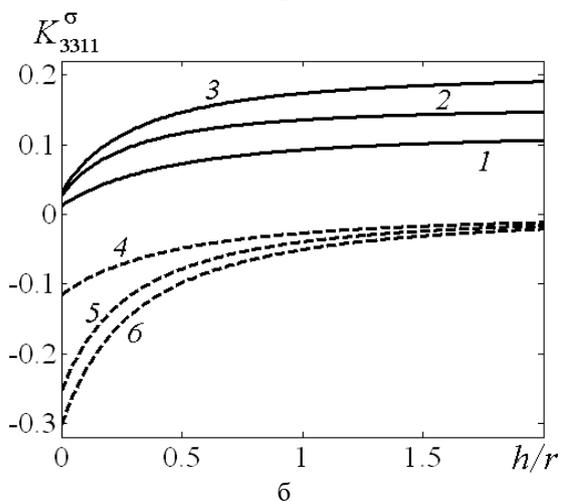
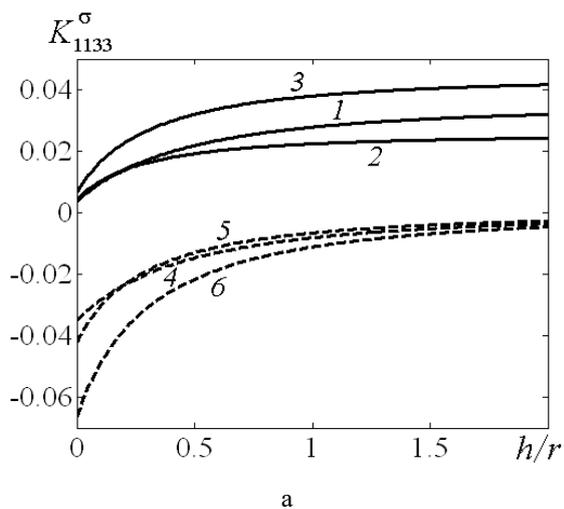


Рисунок 4 — Зависимости компонент 3333 (а)

и 3311 (б) оператора  $K^\sigma(\mathbf{r})$  от  $h/r$

### Заключение

На основании проведенных исследований и численных модельных расчетов можно заключить следующее.

1. Зависимости значений компонент тензоров  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и  $K^\varepsilon(\mathbf{r})$  от изменения структурного параметра имеют  $h/r$  нелинейный характер. Особенно сильно нелинейность проявляется при  $0 < h/r < 1$ .

2. При  $h/r > 2$  значения компонент тензоров  $K^\sigma(\mathbf{r})$  и  $K^\varepsilon(\mathbf{r})$  стабилизируются.

3. В матрице пористого АОА при увеличении параметра структуры  $h/r$  (соответственно, при уменьшении концентрации волокон  $V_B$ ) значения компонент 1111 и 3333 операторов  $K^\sigma$  и  $K^\varepsilon$  стремятся к единице, а 1133 и 3311 – к нулю. Это соответствует априорным представлениям о том, как в рассматриваемых однонаправленных структурах должны перераспределяться напряжения и деформации при термодинамическом воздействии, обусловленном различием термических коэффициентов линейного расширения элементов неоднородности.

### Литература

- Lieber C.M., Wang Z.L. Functional nanowires. // *Materials Research Bulletin*, vol. 32, No. 2. 2007. – P. 99–108.
- Shilyaeva Yu.I., Bardushkin V.V., Gavrilov S.A., Silibin M.V., Yakovlev V.B., Borgardt N.I., Volkov R.L., Smirnov D.I., and Zheludkevich M.L. Melting temperature of metal polycrystalline nanowires electrochemically deposited into the pores of anodic aluminum oxide. // *Physical Chemistry Chemical Physics*, 16 (36), 2014. – P. 19394–19401.
- Шиляева Ю.И., Бардушкин В.В., Гаврилов С.А., Силибин М.В., Яковлев В.Б., Боргардт Н.И., Волков Р.Л., Смирнов Д.И. О прогнозировании температуры плавления металлических нитевидных нанокристаллов, электрохимически осажденных в поры анодного оксида алюминия. // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, № 3, 2014. – С. 84–94.
- Росляков И.В., Напольский К.С., Евдокимов П.В., Напольский Ф.С., Дунаев А.В., Елисеев А.А., Лукашин А.В., Третьяков Ю.Д. Термические свойства мембран анодного оксида алюминия. // *Наносистемы: физика, химия, математика*, 4 (1), 2013. –

- C. 120–129.
- Zong R.-L., Zhou J., Li Q., Du B., Li B., Fu M., Qi X.-W., and Li L.-T. Synthesis and Optical Properties of Silver Nanowire Arrays Embedded in Anodic Alumina Membrane. // *The Journal of Physical Chemistry B*, 108, 2004. – P. 16713–16716.
- Yang X.-C., Hou J.-W., Liu Y., Cui M.-M., and Lu W. OPAA template-directed synthesis and optical properties of metal nanocrystals. // *Nanoscale Research Letters*, 8 (1), 2013. – P. 328–335.
- Бардушкин В.В., Шиляева Ю.И., Яковлев В.Б. Эффективные упругие характеристики пористозаполненного металлическими нитевидными нанокристаллами анодного оксида алюминия. // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, № 2, 2013. – С. 21–26.
- Избранные задачи современного материаловедения: кластеры, покрытия, порошки, композиты, неразъемные соединения. / Под ред. Лозована А.А. – М.: Пробел-2000, 2014. – 484 с.
- Бардушкин В.В., Шиляева Ю.И., Яковлев В.Б. Концентрация напряжений и деформаций в пористозаполненном металлическими нитевидными нанокристаллами анодном оксиде алюминия. // *Деформация и разрушение материалов*, № 10, 2013. – С. 24–29.
- Шиляева Ю.И., Бардушкин В.В., Силибин М.В., Гаврилов С.А., Яковлев В.Б., Пятилова О.В. Влияние структуры и термоупругих свойств компонентов на средние напряжения в анодном оксиде алюминия с порами, заполненными металлическими нитевидными нанокристаллами. // *Неорганические материалы*, т. 49, № 7, 2013. – С. 723–728.
- Шиляева Ю.И., Бардушкин В.В., Гаврилов С.А., Силибин М.В., Яковлев В.Б., Пятилова О.В. Объемная плотность энергии деформации в пористозаполненном металлическими нитевидными нанокристаллами анодном оксиде алюминия. // *Журнал физической химии*, т. 87, № 11, 2013. – С. 1889–1893.
- Колесников В.И., Яковлев В.Б., Бардушкин В.В., Сычев А.П. О прогнозировании распределений локальных упругих полей в неоднородных средах на основе обобщенного сингулярного приближения. // *Вестник Южного научного центра РАН*, т. 11, № 3, 2015. – С. 11–17.
- Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. – М.: Наука, 1977. – 399 с.
- Хорошун Л.П., Маслов Б.П., Лещенко П.В. Прогнозирование эффективных свойств

- пьезоактивных композитных материалов. – ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Киев: Наукова думка, 1989. – 207 с. Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
15. Физические величины: Справочник. / Под

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (государственное задание № 2014/101).

**Бардушкін В.В., Кирилов Д.А., Шиліяєва Ю.І. Моделювання локальних пружних характеристик нанокompозитів на основі анодного  $Al_2O_3$  з ниткоподібними порами, заповненими Cu, Ag і Au.** Вирішується завдання чисельного моделювання операторів (тензорів) концентрації напружень і деформацій в матричних композитах, що представляють собою анодний оксид алюмінію з порами, заповненими міддю, сріблом і золотом. Досліджено залежності компонент зазначених тензорів від параметра структури композитів, пов'язаного з концентрацією елементів неоднорідності.

**Ключові слова:** моделювання, оператори концентрації напружень і деформацій, нанокompозити, анодний оксид алюмінію, ниткоподібні наночастинки.

**Bardushkin V.V., Kirillov D.A., Shilyaeva Yu.I. Modelling of local elastic characteristics of nanocomposites based on anodic  $Al_2O_3$  with filamentary pores filled with Cu, Ag and Au.** The problem of numerical modelling of the operators (tensors) of stresses and strains concentration in the matrix composites based on anodic alumina with pores filled with copper, silver and gold, is solved. The dependences of the tensor components on the structure parameter that related to the concentration of heterogeneity elements are investigated.

**Key words:** modelling, operators of stresses and strains concentration, nanocomposites, anodic alumina, filamentary nanoparticles.

Статья поступила в редакцию 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук В.Н. Павлышом

УДК 004.7

## Анализ видео трафика

Д.В. Бельков, Е.Н. Едемская  
Донецкий национальный технический университет  
belkov@telenet.dn.ua, botba@list.ru

*Бельков Д.В., Едемская Е.Н. Анализ видео трафика. Анализ видео трафика является важным, поскольку фрактальный трафик в системах передачи речи и видео ухудшает качество обслуживания. Целью настоящей работы является исследование видео трафика для выявления его характерных особенностей методами нелинейной динамики. Предполагается, что временной ряд измерений трафика является неслучайным. Он генерируется динамической системой по детерминированному алгоритму. Возникает задача оценки характеристик этой системы. Требуется найти количество переменных, необходимых для задания состояния системы и фрактальную размерность аттрактора, соответствующего наблюдаемому режиму. Это позволит создать модель процесса в виде дифференциальных уравнений или дискретных отображений. Исследования выполнены в среде Matlab с использованием OpenTStool. Для изучения выбраны реализации сжатого видео стандарта H.263. Изучаемые временные ряды представляют собой измерения объемов (байт) последовательно поступающих фреймов. В первом случае (ряд frameH16) трафик имеет постоянную скорость 16 kbit/sec, во втором (ряд frameH64) - 64 kbit/sec. Третий ряд (frameH256) – передача со скоростью 256 kbit/sec, четвертый ряд (frameVBR) – передача без установки постоянной скорости. Получены следующие результаты. Показатели Ляпунова изучаемых процессов равны нулю, т.е. динамическая система, генерирующая временные ряды, является периодической, а фазовые траектории образуют предельный цикл. Для описания временного ряда frameH16 необходима система двух дифференциальных уравнений или двумерное дискретное отображение. Для описания временных рядов frameH64, frameH256, frameVBR необходима система трех дифференциальных уравнений или трехмерное дискретное отображение.*

### Введение

Увеличение видов предоставляемых услуг и растущая сложность телекоммуникационных систем и сетей требует разработки адекватных методов анализа и синтеза этих систем для получения достоверных оценок их характеристик. При многообразии сетей и способов выделения сетевого ресурса для обслуживания трафика необходима разработка моделей, которые учитывают реальный характер потоков сообщений и детали обслуживания мультисервисного трафика различных приложений (речь, видео, данные). Передачу потоков разных служб обеспечивает единая сеть. Поскольку источники каждой службы могут иметь разные скорости передачи информации или изменять ее в процессе сеанса связи, то потокам пакетов свойственны пачечность и фрактальность. В реализации трафика присутствует некоторое количество больших пульсаций при относительно малом среднем уровне трафика. Пакеты поступают в узел не по отдельности, а пачкой. Это явление ухудшает характеристики (увеличивает потери, задержки, джиттер пакетов) при прохождении

трафика по сети [1-4].

Исследование видео трафика является важным, поскольку фрактальный трафик в системах передачи речи и видео ухудшает качество обслуживания. Фрактальный трафик сохраняет поведение и внешние признаки при рассмотрении в разном масштабе. Поэтому методы моделирования и расчета сетевых систем, основанные на использовании Пуассоновских потоков, не дают точной картины процессов, происходящих в сети.

Учет фрактальности трафика позволит более точно описать и воспроизвести видео трафик, что, обеспечит возможность получения заданных показателей качества обслуживания [5,6].

Целью настоящей работы является исследование видео трафика для выявления его характерных особенностей методами нелинейной динамики. Предполагается, что временной ряд измерений трафика является неслучайным. Он генерируется динамической системой по детерминированному алгоритму. Возникает задача оценки характеристик этой системы. Требуется найти количество переменных, необходимых для задания состояния системы и фрактальную размерность аттрактора, соответствующего наблюдаемому

режиму. Это позволит создать модель процесса в виде дифференциальных уравнений или дискретных отображений.

В работе решаются следующие задачи: оценивается средняя взаимная информация изучаемых сетевых процессов, вычисляются корреляционные размерности и показатели Ляпунова, строятся фазовые траектории в трехмерном фазовом пространстве. Исследования выполнены в среде Matlab с использованием OpenTStool [7].

### Реализации видео трафика

Для изучения выбраны реализации сжатого видео стандарта H.263. Согласно лицензии данные свободно доступны для анализа. Первоначально видео данные были

обработаны программой bttvgrab (Version 0.15.10) и представлены в виде фреймов с частотой 25 frames/sec в QCIF формате. С помощью кодера tmm (Version 2.0/3.2) был получен поток сжатого видео стандарта H.263 [8].

Изучаемые временные ряды представляют собой измерения объемов (байт) последовательно поступающих фреймов. Ряды показаны на рисунках 1-4. В первом случае (ряд frameH16) трафик имеет постоянную скорость 16 kbit/sec, во втором (ряд frameH64) - 64 kbit/sec. Третий ряд (frameH256) – передача со скоростью 256 kbit/sec, четвертый ряд (frameVBR) – передача без установки постоянной скорости.

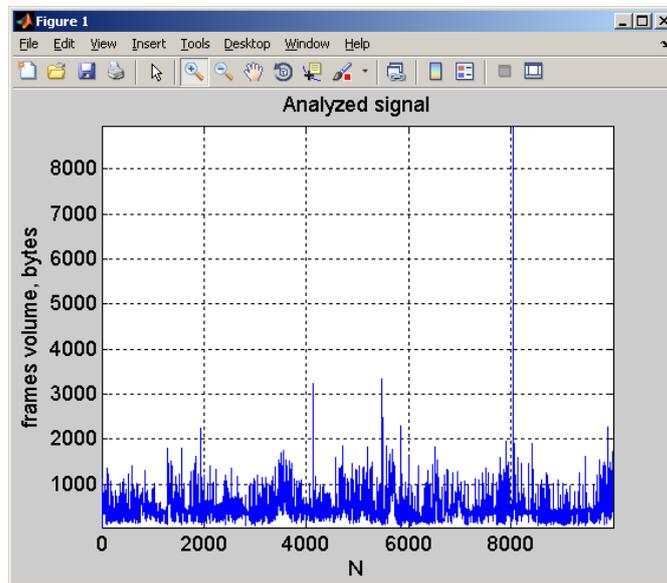


Рисунок 1 – Временной ряд frameH16

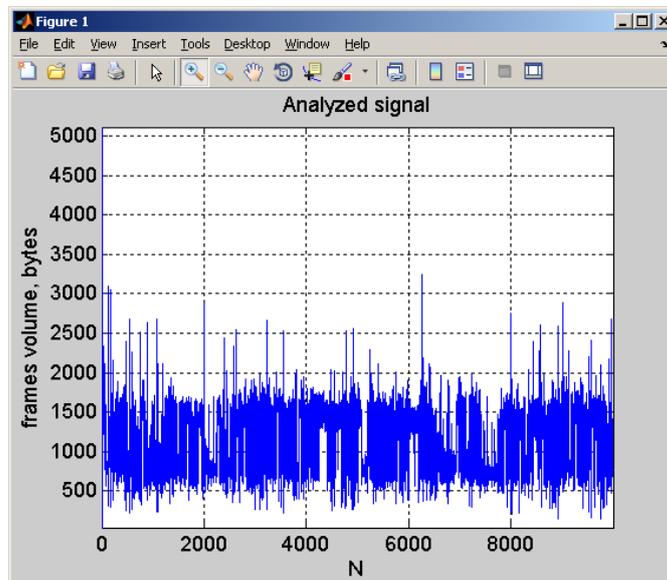


Рисунок 2 – Временной ряд frameH64

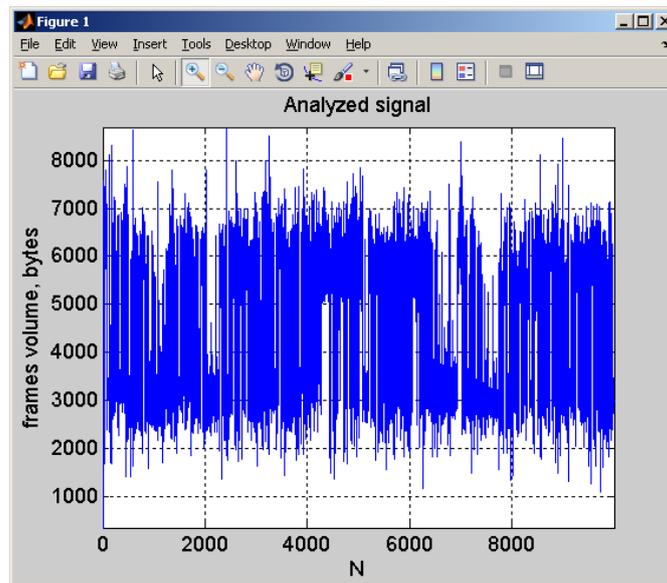


Рисунок 3 – Временной ряд frameH256

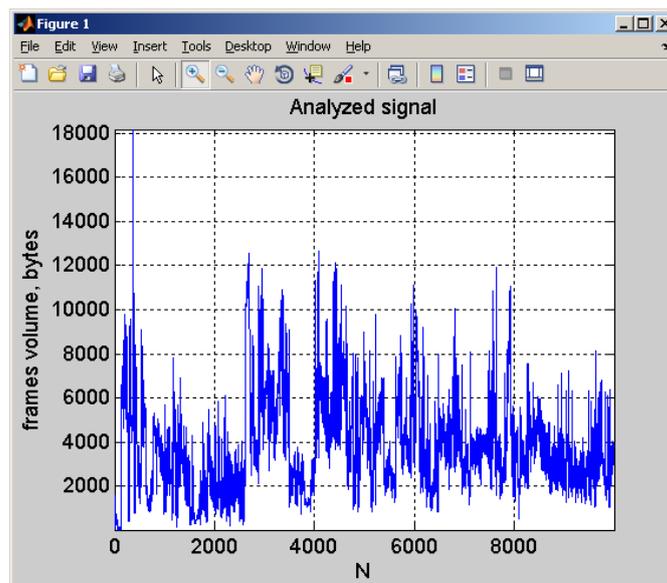


Рисунок 4 – Временной ряд frameVBR

### **Анализ взаимной информации**

В этом разделе выполнен анализ средней взаимной информации. Это статистическая функция двух случайных величин, описывающая количество информации, содержащееся в одной случайной величине относительно другой. Необходимо выбрать оптимальное значение минимального временного лага, которое будет использоваться при вычислении корреляционной размерности динамической системы. Оценка проводится на основании графиков,

показанных на рисунке 5. Визуальный анализ позволяет сделать следующие выводы: для временных рядов frameH16, frameH64 функция средней взаимной информации достигает первого нулевого значения при  $\tau = 6$ , для временных рядов frameH256, frameVBR - при  $\tau = 7$ . Поэтому минимальный временной лаг при исследовании трафика выбирается соответственно равным 6 или 7.

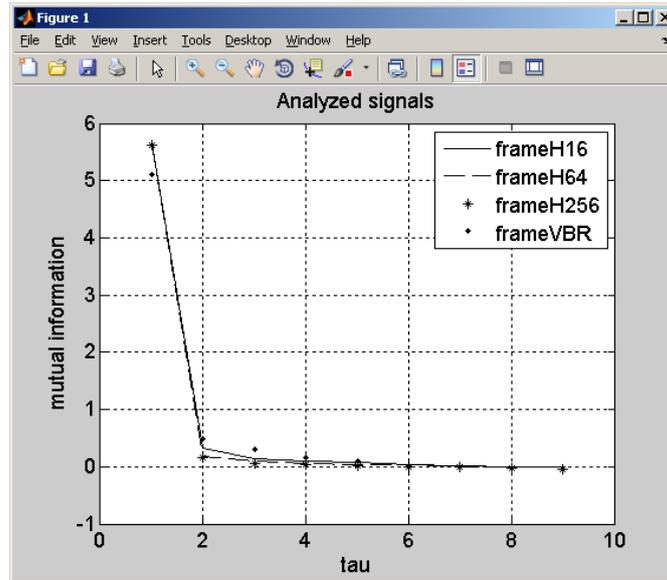


Рисунок 5 – Средняя взаимная информация для временных рядов

### **Анализ фазового пространства**

В этом разделе изучается движение динамической системы в трехмерном фазовом пространстве. Для исследуемых временных рядов получены сложные запутанные траектории движения. Они занимают лишь часть пространства, а не распределяются в фазовом

пространстве равномерно. Это свидетельствует о том, что в движении есть определенный порядок. Существует выделенная область притяжения траекторий (аттрактор) в фазовом пространстве. Фазовые траектории изучаемых временных рядов приведены на рисунках 6-9.

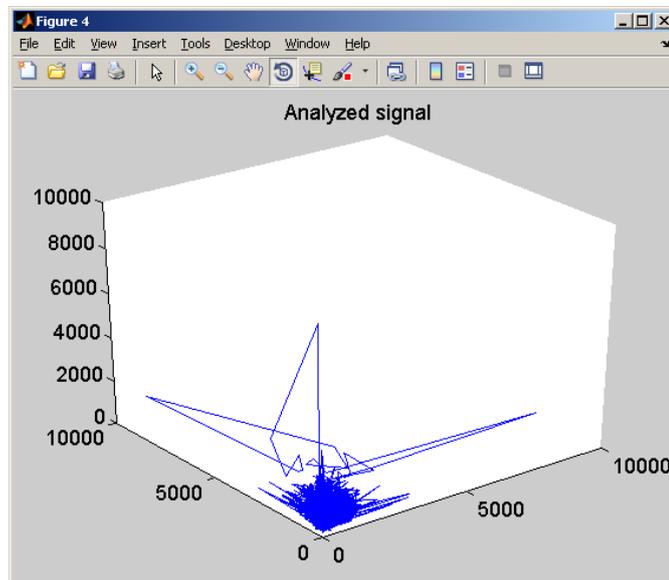


Рисунок 6 – Аттрактор временного ряда frameH16

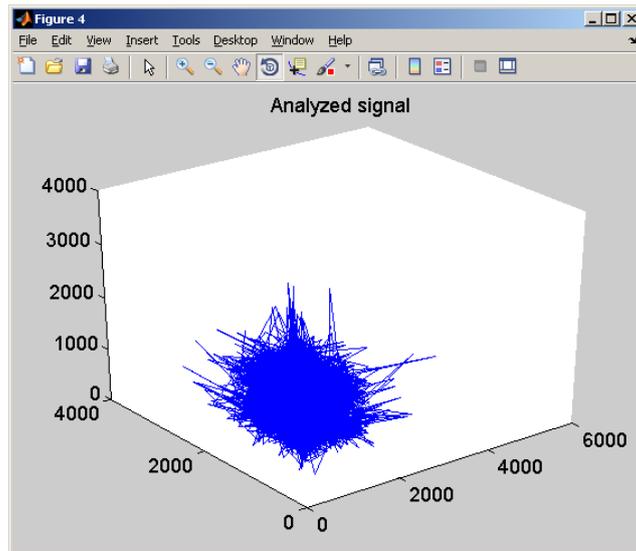


Рисунок 7 – Аттрактор временного ряда frameH64

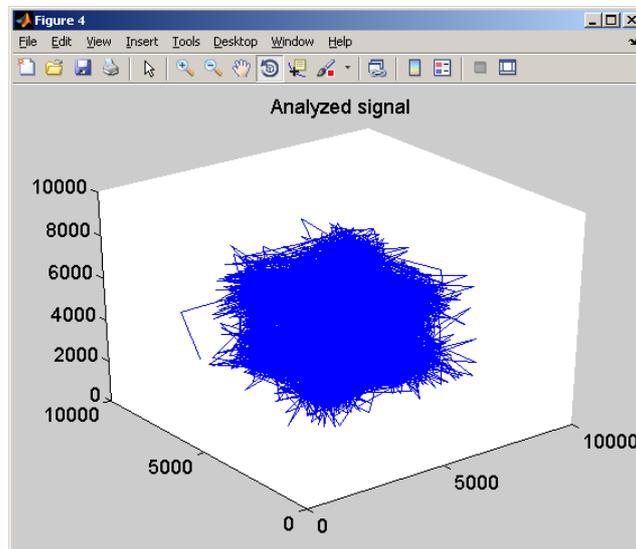


Рисунок 8 – Аттрактор временного ряд frameH256

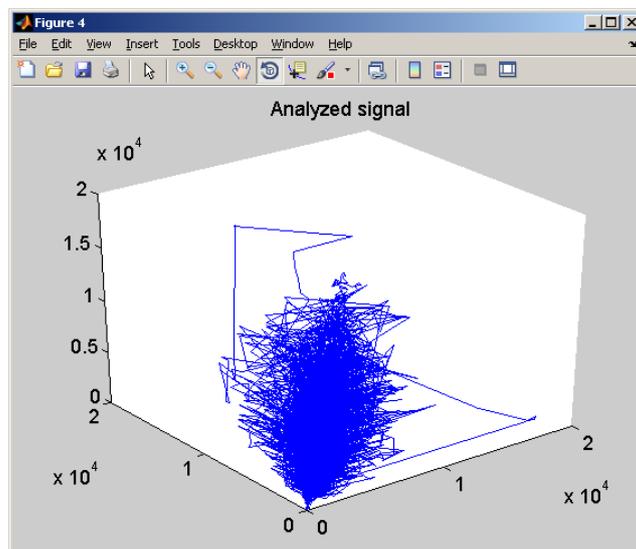


Рисунок 9 – Аттрактор временного ряда frameVBR

### Анализ корреляционной размерности

В этом разделе выполнен расчет корреляционных размерностей аттракторов исследуемых временных рядов. Одним из основных инструментов, используемых для изучения фазового пространства системы, служит корреляционный интеграл, который позволяет оценить корреляционную размерность  $D_c$  аттрактора, погруженного в пространство размерности  $m$ . Вычисление размерности аттрактора по временному ряду позволяет оценить минимальное количество уравнений, необходимых для описания наблюдаемого процесса. В данной работе для расчета корреляционного интеграла используется алгоритм Грассбергера-Прокаччи. Он основан на соотношении:

$$C(\varepsilon, m) = \frac{\text{число\_пар } \|z_i - z_j\| < \varepsilon}{\text{общее\_число\_пар } z_i, z_j}. \text{ Здесь}$$

$z_i, z_j$  - векторы координат точек в фазовом пространстве размерности  $m$ . Корреляционный интеграл есть вероятность того, что две точки, выбранные случайно, удалены друг от друга

меньше, чем на расстояние  $\varepsilon$ . Соотношение  $C(\varepsilon, m) \sim \varepsilon^{D_c}$  позволяет оценить размерность  $D_c$  по наклону линейного участка графика  $\log(c(\varepsilon, m)) \cong -D_c \cdot \log(\varepsilon) + const$ . Отсутствие линейного участка графика свидетельствует о недопустимо малой длине временного ряда или о том, что радиус  $\varepsilon$  окрестности сопоставим с размером аттрактора.

Корреляционные интегралы временных рядов представлены на рисунке 10. Полученные значения  $D_c$ , показаны в таблице 1.

Таблица 1 – Корреляционная размерность

| Временной ряд | Корреляционная размерность $D_c$ |
|---------------|----------------------------------|
| frameH16      | 1,5714                           |
| frameH64      | 2,1757                           |
| frameH256     | 2,7837                           |
| frameVBR      | 2,6152                           |

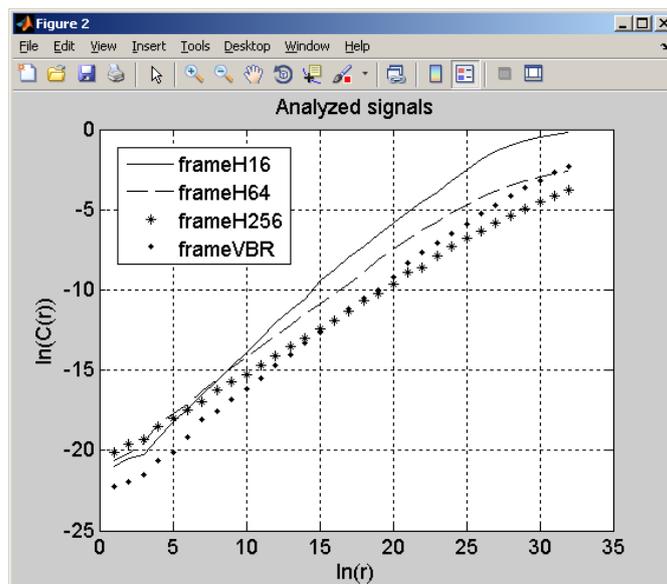


Рисунок 10 – Корреляционные интегралы временных рядов

### Анализ показателей Ляпунова

Степень зависимости системы от начальных условий может быть измерена с помощью показателей Ляпунова. Они являются мерой того, насколько быстро близкие траектории расходятся в фазовом пространстве. Существует по одному показателю Ляпунова для каждой размерности фазового пространства. Положительный показатель Ляпунова измеряет растяжение фазового пространства, т.е. то,

насколько быстро расходятся близлежащие траектории. Отрицательный показатель Ляпунова измеряет сжатие - то, как долго система восстанавливается после испытанного возмущения. Показатели Ляпунова позволяют классифицировать аттракторы. Трехмерный точечный аттрактор характеризуется тремя отрицательными показателями Ляпунова (-,-,-). Все три размерности сжимаются в фиксированную точку. Трехмерные предельные циклы имеют два отрицательных показателя и

один равный нулю (0,-,-). Предельные циклы имеют две размерности, которые стягиваются в точку, и одну размерность, в которой не происходит изменений в относительных положениях точек. Это порождает замкнутые орбиты.

Трехмерные странные аттракторы имеют один положительный показатель, один отрицательный и один равный нулю (+,0,-). Положительный показатель Ляпунова указывает на чувствительную зависимость от начальных условий и хаотическое поведение системы. Существует тенденция при малых изменениях начальных условий сильно изменять будущее поведение. Отрицательный показатель заставляет расходящиеся траектории оставаться в области аттрактора [9].

В данной работе старшие показатели Ляпунова вычислены с помощью процедуры, реализующей алгоритм Розенштейна [10]. Для всех изучаемых временных рядов они равны нулю. Это свидетельствует о том, что сложные фазовые траектории, показанные на рисунках 6-9, являются замкнутыми.

Цикличность фазовых траекторий приводит к периодичности динамической системы, что может быть использовано для предсказания ее поведения.

### Выводы

В данной работе для реализаций [3] трафика сжатого видео стандарта H.263, выполнен анализ средней взаимной информации, корреляционных размерностей и показателей Ляпунова. Построены фазовые траектории изучаемых процессов в трехмерном фазовом пространстве. Получены следующие результаты:

1. Показатели Ляпунова изучаемых процессов равны нулю, т.е. динамическая система, генерирующая временные ряды, является периодической, а фазовые траектории образуют предельный цикл.
2. Для описания временного ряда frameN16 необходима система двух дифференциальных уравнений или двумерное дискретное отображение.
3. Для описания временных рядов frameH64, frameH256, frameVBR необходима система трех дифференциальных уравнений или трехмерное дискретное отображение.

Перспективным направлением дальнейших исследований может быть

составление дискретных отображений для моделирования временных рядов и прогнозирование поведения трафика.

### Литература

1. Park K. Self-Similar Network Traffic: An Overview. [Электронный ресурс], 2003. – Режим доступа: <http://pi.314159.ru/park1.pdf>
2. Willinger W., Taqqu M.S., Errimilli A. A bibliographical guide to self-similar traffic and performance modeling for modern high-speed networks. [Электронный ресурс], 2001. – Режим доступа: [http://linkage.rockefeller.edu/wli/reading/taqqu\\_96.pdf](http://linkage.rockefeller.edu/wli/reading/taqqu_96.pdf)
3. Hae-Duck Joshua Jeong. Modeling of self-similar teletraffic for simulation. University of Canterbury, 2002. – 297 p.
4. Ложковський А.Г. Аналіз і синтез систем розподілу інформації в умовах мультисервісного трафіка. Автореферат дисертації. Одеса. - 2010. – 38 с.
5. Урьев Г.А. Исследование фрактальных свойств потоков трафика реального времени и оценка их влияния на характеристики обслуживания телекоммуникационных сетей. Автореферат диссертации. Москва. – 2007. – 21 с.
6. Бельков Д.В., Едемская Е.Н. Статистический анализ трафика сети с беспроводным доступом. Зб. Наукових праць ДонНТУ. Серія “Інформатика, кібернетика, обчислювальна техніка”. Вип. 14 (188): - Донецьк: ДонНТУ.- 2011.- С. 113-122.
7. TSTOOL Home Page. [Электронный ресурс], 2012. – Режим доступа: <http://www.physik3.gwdg.de/tstool/index.html>
8. MPEG-4 and H.263 Video Traces for Network Performance Evaluation. [Электронный ресурс], 2008. – Режим доступа: <http://www-tkn.ee.tu-berlin.de/research/trace/trace.html>
9. Кузнецов С.П. Динамический хаос. Москва: ДМК, 1995. – 294 с.
10. LYAPROSEN: MATLAB function to calculate Lyapunov exponent. [Электронный ресурс], 2012. – Режим доступа: <http://ideas.repec.org/c/boc/bocode/t741502.html>

**Ключевые слова:** Видео трафик, фазовые траектории, аттрактор, корреляционная размерность, показатели Ляпунова

**Д.В. БЕЛЬКОВ, Е.М. ЕДЕМСЬКА**

Донецький національний технічний університет

**АНАЛІЗ ВІДЕО ТРАФІКА**

Дослідження відео трафіка є важливим, оскільки фрактальний трафік в системах передачі мови і відео погіршує якість обслуговування. Метою даної роботи є дослідження відео трафіка для виявлення його характерних особливостей методами нелінійної динаміки. Передбачається, що часовий ряд вимірювань трафіка є не випадковим. Він генерується динамічною системою по детермінованому алгоритму. Виникає задача оцінки характеристик цієї системи. Потрібно знайти кількість змінних, необхідних для завдання стану системи і фрактальну розмірність аттрактора, відповідного спостережуваному режиму. Це дозволить створити модель процесу у вигляді диференціальних рівнянь або дискретних відображень. Дослідження виконані в середовищі Matlab з використанням OpenTStool. Для вивчення вибрані реалізації стислого відео стандарту H.263. Тимчасові ряди, що вивчаються, є вимірюваннями об'ємів (байт) фреймів, які поступають послідовно. В першому випадку (ряд frameH16) трафік має постійну швидкість 16 kbit/sec, у другому (ряд frameH64) - 64 kbit/sec. Третій ряд (frameH256) – передача із швидкістю 256 kbit/sec, четвертий ряд (frameVBR) – передача без установки постійної швидкості. Отримані наступні результати. Показники Ляпунова процесів, що вивчаються, рівні нулю, тобто динамічна система, яка генерує тимчасові ряди, є періодичною, а фазові траєкторії утворюють граничний цикл. Для опису тимчасового ряду frameH16 необхідна система двох диференціальних рівнянь або двовимірне дискретне відображення. Для опису тимчасових рядів frameH64, frameH256, frameVBR необхідна система трьох диференціальних рівнянь або тривимірне дискретне відображення.

**Ключові слова:** Відео трафік, фазові траєкторії, аттрактор, кореляційна розмірність, показники Ляпунова.

**D.V. BELKOV, E.N. EDEMSKAYA**

Donetsk National Technical University

**VIDEO TRAFFIC ANALYSIS**

Recent studies of real traffic data in modern computer networks have shown that traffic exhibits self-similar (or fractal) properties over a wide range of time scales. The properties of self-similar traffic are very different from the traditional models of traffic based on Poisson, Markov-modulated Poisson, and related processes. The use of traditional models in networks characterized by self-similar processes can lead to incorrect conclusions about the performance of analyzed networks. These include serious over-estimations of the performance of computer networks, insufficient allocation of communication and data processing resources, and difficulties ensuring the quality of service expected by network users. The self-similar network traffic can have a detrimental impact on network performance, including amplified queuing delay, retransmission rate and packet loss rate. Modern network traffic consists of more bursts than Poisson models predict over many time scales. This difference has implications for congestion control mechanisms and performance. The video traffic research is important because self-similar nature of network traffic leads to a number of undesirable effects like high buffer overflow rates, large delays and persistent periods of congestion and the severity of these conditions is directly proportional to the degree of self-similarity. On the other hand, the long memory property of self-similar traffic is able to help to forecast traffic for the purpose of quality of service (QoS) provision. Another interesting area in the network traffic studies is using the methods of nonlinear analysis (chaos theory) for its parameter modeling and prediction. The article contains H.263 encoded video traffic research. H.263 encoded video is expected to account for large portions of the traffic in future wireline and wireless networks. To date the analysis of H.263 encoded video has received only little literature. The experiment was executed in the Matlab environment and OpenTStool. The video flows have 16 kbit/sec (frameH16), 64 kbit/sec (frameH64), 256 kbit/sec (frameH256) and variable bit rate (frameVBR). For each video was grabbed the (uncompressed) YUV information with bttvgrab (Version 0.15.10) and stored it on disk. The YUV information was grabbed at a frame rate of 25 frames/sec in the QCIF format. The YUV frame sequences were used as input for the H.263 encoder. Next results are got: Lyapunov indexes for studied processes are equal to the zero, the dynamic system is periodic, and the phase trajectories form the cycle. For frameH16 description the two differential equalizations or two discrete maps system is necessary. For frameH64, frameH256, frameVBR description the three differential equalizations or three discrete maps system is necessary.

**Keywords:** video traffic, quality of service, phase trajectories, attractor, correlations dimension, Lyapunov indexes.

Стаття постуила в редакцію 21.05.2016  
Рекомендована к публікації д-ром техн. наук В.Н. Павльшиом

УДК 512.558

## О конгруэнциях на мультипликативно идемпотентных полукольцах

Е.М. Вечтомов, А.А. Петров  
Вятский государственный университет  
vecht@mail.ru

**Вечтомов Е.М., Петров А.А. О конгруэнциях на мультипликативно идемпотентных полукольцах.**  
Рассматриваются результаты о конгруэнциях на полукольцах с идемпотентным умножением, в том числе – о максимальных конгруэнциях. Основное внимание уделяется коммутативным мультипликативно идемпотентным полукольцам, в частности, полукольцам, мультипликативная полугруппа которых является цепью.

$$x < y \Leftrightarrow xy = x.$$

Аналогично, любое аддитивно идемпотентное полукольцо является верхней полурешеткой по сложению, в ней вводится отношение порядка  $\leq$ :

$$x \leq y \Leftrightarrow x + y = y.$$

Конгруэнцией на полукольце  $S$  называется отношение эквивалентности  $\rho$  на  $S$ , стабильное относительно операций:

$$arb \text{ и } cpd \text{ влекут } (a+c)\rho(b+d) \text{ и } (ac)\rho(bd) \text{ для любых } a, b, c, d \in S.$$

Множество  $\text{Con } S$  всех конгруэнций на полукольце  $S$  является ограниченной решеткой относительно включения конгруэнций:

$$\rho \subseteq \tau \text{ означает, что } arb \Rightarrow atb \text{ для любых } a, b \in S.$$

Наименьшим элементом в  $\text{Con } S$  служит нулевая конгруэнция  $\mathbf{0}_S$  – отношение равенства, наибольшим – единичная конгруэнция  $\mathbf{1}_S$  – одноклассовая. Полукольцо  $S$  называется *подпрямо неразложимым*, если на нем существует наименьшая ненулевая конгруэнция; *конгруэнци-простым*, если оно обладает ровно двумя конгруэнциями: отношением равенства и одноклассовой.

На произвольном полукольце  $S$  для любого фиксированного натурального числа  $n \geq 2$  определим конгруэнцию  $\approx_{(n)}$ :

$$x \approx_{(n)} y \Leftrightarrow nx = ny.$$

В произвольном полукольце  $S$  вводится «разностное» отношение  $\leq$ :

$$x \leq y \Leftrightarrow x = y \text{ или } (\exists z \in S)(x + z = y).$$

Оно рефлексивно и транзитивно, но не обязательно антисимметрично. Если отношение  $\leq$  антисимметрично, то есть является отношением порядка, то такое полукольцо назовем *упорядочиваемым*.

Бинарное отношение  $\approx$ :

$$x \approx y \Leftrightarrow x \leq y, y \leq x$$

является конгруэнцией на произвольном полукольце.

Полукольцом называется алгебраическая структура  $\langle S, +, \cdot \rangle$  с двумя бинарными операциями сложения  $+$  и умножения  $\cdot$ , такая, что:  $\langle S, + \rangle$  – коммутативная полугруппа,  $\langle S, \cdot \rangle$  – полугруппа, умножение дистрибутивно относительно сложения с обеих сторон.

Полукольцо называется *коммутативным*, если на нем тождественно  $xu = ux$ .

Полукольцо с тождеством  $xx = x$  (с тождеством  $x+x = x$ ) называется *мультипликативно идемпотентным* (соответственно, *аддитивно идемпотентным*). Полукольцо, одновременно мультипликативно идемпотентное и аддитивно идемпотентное, называется *идемпотентным*. Теория мультипликативно идемпотентных полуколец развита в работах [1, 2].

Полукольцо с тождеством  $x+y = xy$  называется *моно-полукольцом*. Будем говорить, что полукольцо  $S$  обладает *константным сложением*, если оно удовлетворяет тождеству  $x+y = u+v$ .

Элемент  $\theta$  произвольного полукольца  $S$  назовем *поглощающим по умножению* (поглощающим по сложению), если для всех  $x \in S$  выполняется  $\theta x = x \cdot \theta = \theta$  (соответственно,  $x + \theta = \theta$ ). Элемент  $\infty \in S$ , поглощающий по сложению и по умножению, называется *поглощающим*.

Если в полукольце  $S$  существует элемент  $0$ , нейтральный по сложению и поглощающий по умножению, то  $S$  называется *полукольцом с нулем*  $0$ . Наконец, если полукольцо  $S$  обладает элементом  $1$ , нейтральным по умножению, то  $S$  называется *полукольцом с единицей*  $1$ .

Отметим, что к любому полукольцу  $S$  можно естественным образом присоединить нулевой элемент  $0$  или поглощающий элемент  $\infty$ . Обозначим полученные полукольца  $S \cup \{0\}$  и  $S \cup \{\infty\}$ , соответственно.

Мультипликативная полугруппа любого коммутативного мультипликативно идемпотентного полукольца  $S$  является нижней полурешеткой, ее можно упорядочить следующим образом:

**Лемма 1.** Для произвольного мультипликативно идемпотентного полукольца  $S$  справедливы следующие утверждения:

1. факторполукольцо  $S/\approx_{(2)}$  является идемпотентным полукольцом;
2. факторполукольцо  $S/\approx_{(3)}$  удовлетворяет тождеству  $3x = x$ ;
3. факторполукольцо  $S/\approx$  удовлетворяет тождеству  $3x = 2x$  и является упорядочиваемым полукольцом;
4. пересечение конгруэнций  $\approx_{(3)}$  и  $\approx$  есть отношение равенства на  $S$ .

**Следствие 1.** Любое мультипликативно идемпотентное полукольцо является подпрямым произведением полуколец, одно из которых удовлетворяет тождеству  $3x = x$ , а другое удовлетворяет тождеству  $3x = 2x$ .

С точностью до изоморфизма существует ровно четыре двухэлементных коммутативных мультипликативно идемпотентных полукольца:

- двухэлементная цепь  $\mathbf{B} = \{0, 1\}$ ;
- двухэлементное поле  $\mathbf{Z}_2 = \{0, 1\}$ ;
- двухэлементное идемпотентное монополукольцо  $\mathbf{D} = \{1, \infty\}$  с единицей 1;
- двухэлементное полукольцо  $\mathbf{T} = \{1, \infty\}$  с единицей 1 и константным сложением.

**Предложение 1.** Полукольца  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{Z}_2$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{T}$  – это в точности все конгруэнц-простые коммутативные мультипликативно идемпотентные полукольца.

**Замечание 1.** В работе [3] указан пример трехэлементного конгруэнц-простого полукольца  $T$  с некоммутативным идемпотентным умножением. Приведем таблицы Кэли его редуктов:

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| +   | $a$ | 1   | $b$ |
| $a$ | $a$ | 1   | $b$ |
| 1   | 1   | 1   | $b$ |
| $b$ | $b$ | $b$ | $b$ |

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| ·   | $a$ | 1   | $b$ |
| $a$ | $a$ | $a$ | $b$ |
| 1   | $a$ | 1   | $b$ |
| $b$ | $a$ | $b$ | $b$ |

Построенное полукольцо с единицей 1 обладает следующими свойствами: по сложению имеем трехэлементную цепь  $a < 1 < b$ , мультипликативная же полугруппа является полугруппой правых нулей, то есть  $T$  удовлетворяет тождеству  $xu = u$ .

**Предложение 2.** Для любого полукольца  $S$  справедливы следующие утверждения:

1.  $S$  мультипликативно идемпотентно тогда и только тогда, когда классы любой конгруэнции  $\rho$  на  $S$  являются (выпуклыми) подполугруппами полугруппы  $\langle S, \cdot \rangle$ ;

2.  $S$  идемпотентно тогда и только тогда, когда классы любой конгруэнции  $\rho$  на  $S$  являются подполукольцами в  $S$ .

**Теорема 1.** Для всякого подпрямо неразложимого коммутативного мультипликативно идемпотентного полукольца  $S$  справедливы следующие утверждения:

1.  $S$  имеет единицу 1;
2. множество  $S \setminus \{1\}$  – наибольший идеал в  $S$ , обладающий единицей  $e$ ;
3. наименьшей ненулевой конгруэнцией на  $S$  служит конгруэнция, склеивающая только элементы 1 и  $e$ .

**Пример 1.** Если подпрямо неразложимое коммутативное мультипликативно идемпотентное полукольцо  $S$  обладает нулем 0, то полукольцо  $S \cup \{\infty\}$  также будет подпрямо неразложимым. В самом деле, для любых  $a, b \in S$  и конгруэнции  $\rho$  на  $S \cup \{\infty\}$  из  $a\rho\infty$  следует  $0\rho\infty$ , так как  $(a \cdot 0)\rho(\infty \cdot 0)$ .

Тогда  $b\rho\infty$ , поскольку  $(b + 0)\rho(b + \infty)$ . Таким образом,  $\rho = 1_{S \cup \{\infty\}}$ , откуда для любой нетривиальной конгруэнции  $\rho'$  на  $S \cup \{\infty\}$  класс  $[\infty]_{\rho'}$  одноэлементен. Значит, полукольцо  $S \cup \{\infty\}$  подпрямо неразложимо вместе с  $S$ .

Аналогично проверяется, что для всякого подпрямо неразложимого коммутативного мультипликативно идемпотентного полукольца  $S$  с поглощающим элементом  $\infty$  полукольцо  $S \cup \{0\}$  является подпрямо неразложимым.

Коммутативное мультипликативно идемпотентное полукольцо назовем *цепным*, если полурешетка  $\langle S, \cdot \rangle$  является цепью.

**Пример 2.** Обозначим  $S_0 = \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{Z}_2$  – одно из двухэлементных коммутативных мультипликативно идемпотентных полуколец с нулевым элементом, а  $T_0 = \mathbf{D}$ ,  $\mathbf{T}$  – одно из двухэлементных полуколец с поглощающим элементом. Тогда из примера 1 полукольца  $S_1 = S_0 \cup \{\infty\}$  и  $T_1 = T_0 \cup \{\infty\}$  подпрямо неразложимы. Снова имеем подпрямо неразложимые полукольца  $S_2 = S_1 \cup \{0\}$  и  $T_2 = T_1 \cup \{0\}$ .

Продолжая процесс далее, для любого натурального  $n$  получим четыре подпрямо неразложимых полукольца:  $S_n = S_{n-1} \cup \{\infty\}$  и  $T_n = T_{n-1} \cup \{0\}$ , если  $n$  нечетно, и  $S_n = S_{n-1} \cup \{0\}$  и  $T_n = T_{n-1} \cup \{\infty\}$  при четном  $n$ .

**Теорема 2.** Для любого кардинала  $m \geq 2$  существуют цепные подпрямо неразложимые полукольца мощности  $m$  как с 0, так и с  $\infty$ .

В самом деле, полученные цепные полукольца из примера 2 образуют цепочки вложенных полуколец

$$S_0 \subset S_1 \subset \dots \subset S_n \subset \dots, \\ T_0 \subset T_1 \subset \dots \subset T_n \subset \dots$$

Их объединения  $\bigcup_{k=0}^{\infty} S_k$  и  $\bigcup_{k=0}^{\infty} T_k$  также будут цепными подпрямо неразложимыми полукольцами. Присоединяя к ним 0 или  $\infty$ , снова получаем цепные подпрямо неразложимые полукольца.

Для любого ординала  $\alpha$  по трансфинитной индукции построим цепные подпрямо неразложимые полукольца  $S_\alpha$  и  $T_\alpha$ .

В случае предельного ординала  $\alpha$  положим

$$S_\alpha = S_{\alpha-1} \cup \{\theta\},$$

где  $\theta = \infty$ , если  $S_{\alpha-1}$  – полукольцо с нулем 0, и  $\theta = 0$ , если  $S_{\alpha-1}$  содержит  $\infty$ .

Если  $\alpha$  – предельный ординал, то положим

$$S_\alpha = \left( \bigcup_{\beta < \alpha} S_\beta \right) \cup \{\theta\},$$

где  $\theta = 0$  или  $\theta = \infty$ .

Аналогично строятся полукольца  $T_\alpha$ .

Заметим, что для каждого бесконечного ординала  $\alpha$  мы построили цепные подпрямо неразложимые полукольца, имеющие мощность  $|\alpha|$ .

В теореме 2 для каждого кардинала  $m \geq 2$  получаются два подпрямо неразложимых идемпотентных цепных полукольца, что дает результат А. Романовской [4, corollary 2.9].

**Предложение 3.** Конечные цепные подпрямо неразложимые полукольца – с точностью до изоморфизма – это полукольца  $S_n$  и  $T_n$  из примера 2. Значит, для любого натурального числа  $m \geq 2$  существует ровно 4  $m$ -элементных цепных подпрямо неразложимых полукольца.

**Замечание 2.** Если подпрямо неразложимое коммутативное мультипликативно идемпотентное полукольцо  $S$  имеет поглощающий элемент  $\infty'$ , то, присоединяя к нему поглощающий элемент  $\infty$ , по пункту 3 теоремы 1 получаем, что полукольцо  $S \cup \{\infty\}$  подпрямо разложимо, так как задает конгруэнцию следующее разбиение  $\tau_{\{\infty', \infty\}}$ : одним ее классом будет  $\{\infty', \infty\}$ , остальные классы одноэлементны. При этом  $S \cup \{\infty\} / \tau_{\{\infty', \infty\}} \cong S$ .

Аналогично, для подпрямо неразложимого коммутативного мультипликативно идемпотентного полукольца  $S$  с нулем  $0'$ , полукольцо  $S \cup \{0\}$  с присоединенным нулем 0 будет по теореме 1 подпрямо разложимым (разбиение  $\tau_{\{0', 0\}}$  задает конгруэнцию, причем  $S \cup \{0\} / \tau_{\{0', 0\}} \cong S$ ).

Из предложения 1 вытекает

**Предложение 4.** Для произвольной конгруэнции  $\rho$  на коммутативном мультипликативно идемпотентном полукольце  $S$  справедливы следующие утверждения:

1.  $\rho$  максимальная тогда и только тогда, когда она двухклассовая, то есть факторполукольцо  $S/\rho$  двухэлементно;

2. если  $\rho \neq 1_S$ , то  $\rho$  содержится в некоторой максимальной конгруэнции на  $S$ .

**Замечание 3.** Максимальные конгруэнции на некоммутативном мультипликативно идемпотентном полукольце могут иметь более двух классов. В самом деле, рассмотрим трехэлементное некоммутативное идемпотентное конгруэнц-простое полукольцо  $T$  из замечания 1.

Обозначим  $T_1 = \{a, 1, b, c\}$  – четырехэлементное идемпотентное полукольцо с тождеством  $xu = y$ , такое, что  $a \leq 1 \leq b \leq c$ . Единственную нетривиальную конгруэнцию  $\mu$  на  $T_1$  задает трехклассовое разбиение  $\{a\}, \{1\}, \{b, c\}$ . Конгруэнция  $\mu$  максимальна и  $T_1 / \mu \cong T$ .

**Пример 3.** Рассмотрим конгруэнции на конечных цепных подпрямо неразложимых полукольцах  $S$  из примера 2. Возьмем произвольную ненулевую конгруэнцию  $\rho$  на  $S$ . Тогда  $1\rho e$  по теореме 1. Пусть для различных элементов  $a, b \in S \setminus \{1, e\}$ ,  $a < b$  и  $a\rho b$ . Тогда  $[a; b]_{\rho} \subseteq [a]_{\rho}$  по предложению 2. Найдутся  $0', \infty' \in [a; b]_{\rho}$ , такие, что  $0'$  будет нулевым элементом полукольца  $[0'; 1]_{\rho}$ , а  $\infty'$  – поглощающий элемент в полукольце  $[\infty'; 1]_{\rho}$ . Поэтому имеем  $0' \rho \infty'$ ,  $(1+0')\rho(1+\infty')$ ,  $(1+0')\rho(1+\infty')$ ,  $1\rho \infty'$ . По предложению 2 получаем  $[a; 1]_{\rho} \subseteq [a]_{\rho}$ . Таким образом, все конгруэнции на  $S$  имеют следующий вид: одним классом служит отрезок  $[c; 1]_{\rho}$ , где  $c \in S$ , остальные классы одноэлементны. Значит,  $\text{Con } S \cong \langle S, < \rangle - |S|$ -элементная цепь. Произвольная максимальная конгруэнция  $\mu$  в этом случае имеет вид: одним ее классом будет промежуток  $(m; 1]_{\rho}$ , другим –  $m$ , где  $m$  – наименьший элемент цепи  $\langle S, < \rangle$ . Отметим, что двухэлементное факторполукольцо  $S/\mu$  при этом идемпотентно, то есть изоморфно **B** или **D**.

Даже цепные подпрямо неразложимые полукольца не обязаны обладать максимальными конгруэнциями.

**Замечание 4.** Рассмотрим бесконечные цепные полукольца  $S_\alpha$ , описанные в теореме 2. Конгруэнции на таких полукольцах устроены так же, как в примере 3: одним классом будет отрезок  $[a; 1]_{\rho}$ , где  $a \in S$ , остальные классы

одноэлементны. Ясно, что полукольцо  $S_\alpha$  не имеет максимальных конгруэнций тогда и только тогда  $\alpha$  – предельный ординал. Кроме того  $\text{Con } S_\alpha \cong \langle S_\alpha, \succ \rangle$ .

**Замечание 5.** Отметим, что решетка конгруэнций любой дистрибутивной решетки является дистрибутивной. Однако решетка конгруэнций  $\text{Con } S$  произвольного мультипликативно идемпотентного полукольца  $S$  не обязана быть модулярной. Например, рассмотрим булеан  $B\{a, b\} = \{\emptyset, a, b, \{a, b\}\}$  как идемпотентное моно-полукольцо с одной операцией  $\cup$ . Легко проверить, что решетка  $\text{Con } \langle B\{a, b\}, \cup, \cup \rangle$  содержит 7 элементов и не модулярна.

*Идеалом* полукольца  $S$  называется всякое его непустое подмножество  $I$ , такое, что для любых  $a, b \in I, s \in S$  выполняется:  $a + b, as, sa \in I$ .

Для идеалов  $I, J$  обозначим идеал:

$$I + J = \{a + b : a \in I, b \in J\}.$$

Множество  $\text{Id } S$  всех идеалов полукольца  $S$  относительно теоретико-множественного включения есть решетка с операциями

$$I \vee J = \sup(I, J) = I \cup J \cup (I + J), \quad I \wedge J = \inf(I, J) = I \cap J. \quad \Pi$$

**предложение 5.** Для любого мультипликативно идемпотентного полукольца  $S$  решетка  $\text{Id } S$  всех его идеалов дистрибутивна.

Действительно, пусть  $A, B, C \in \text{Id } S$ . Положим  $A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$  и  $AB = \{ab : a \in A, b \in B\}$ . В решетке  $\text{Id } S$  имеем

$A \cap B = AB$  и  $A \vee B = A + B$ . Поэтому дистрибутивный закон принимает вид:

$$((A + B) \cup A \cup B)C = (AC + BC) \cup AC \cup BC.$$

Очевидно, что  $AC \cup BC = (A \cup B)C$  и  $(A + B)C = AC + BC$ .

Обратно, возьмем  $x \in AC + BC$ . Тогда  $x = ac + bd$  для подходящих элементов  $a \in A, b \in B, c, d \in C$ , откуда  $ac \in A, bd \in B, x = ac + bd \in C$ . Поэтому

$$x = x^2 = (ac + bd)x \in (A + B)C.$$

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ, № 1.1375.2014/ К.

### Литература

1. Вечтомов Е. М., Петров А. А. Мультипликативно идемпотентные полукольца // Фунд. и прикл. матем. 2013. Т. 18. № 4. С. 41–70.
2. Вечтомов Е. М., Петров А. А. Полукольца с идемпотентным умножением. Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2015. 144 с.
3. Monico C. On finite congruence-simple semirings // Journal of Algebra. 2004. V. 271. P. 846–854.
4. Romanowska A. On bisemilattices with one distributive law // Algebra Universalis. 1980. V. 10. P. 36–47.

**Е. М. Вечтомов, А. А. Петров. О конгруэнциях на мультипликативно идемпотентных полукольцах.** Рассматриваются результаты о конгруэнциях на полукольцах с идемпотентным умножением, в том числе – о максимальных конгруэнциях. Основное внимание уделяется коммутативным мультипликативно идемпотентным полукольцам, в частности, полукольцам, мультипликативная полугруппа которых является цепью. Доказано, что решетка идеалов произвольного мультипликативно идемпотентного полукольца является дистрибутивной.

**Ключевые слова:** Полукольцо, идемпотентность, коммутативность, конгруэнция, максимальная конгруэнция, решетка конгруэнций

**E. M. Vechtomov, A. A. Petrov. About congruences on multiplicatively idempotent semirings.** In this paper, we consider the results about congruences on semirings with idempotent multiplication, including maximal congruences. Special attention is devoted to commutative multiplicatively idempotent semirings, in particular, the ones in which a multiplicative semigroup is a chain. It is proved that the lattice of ideals of any multiplicatively idempotent semiring is distributive.

**Keywords:** Semiring, idempotency, commutativity, congruence, maximal congruence, lattice of congruences

Статья поступила в редакцию 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук А.С. Миненко

УДК 004.7

## Способ представления множеств последовательностей

Г.В. Дорохина, В.Н. Павлыш

Государственное учреждение «Институт проблем искусственного интеллекта»,  
Донецкий национальный технический университет  
sgv\_iai@mail.ru, pavlyshvn@mail.ru

*Дорохина Г.В., Павлыш В.Н. Способ представления множеств последовательностей. Предложен способ представления множеств последовательностей однотипных элементов путём их обозначения, что позволяет оперировать последовательностями как строковыми величинами. Разработан метод представления словаря строк для хранения и поиска, позволяющий выполнять анализ общих начальных частей строк словаря единожды, а также выполнять операцию «активация» для части строк словаря. Показано применение разработанного метода представления словаря строк для хранения и поиска в компьютерных программах.*

### Введение

Данные во многих информационно-вычислительных системах представимы в виде последовательностей – последовательности состояний, событий, команд, анализируемых условий, образов, классов, знаков.

Вопрос представления последовательности образов, условий, сложных объектов или сущностей покажется гораздо более простым, если ввести их обозначения с помощью уникальных идентификаторов.

Последовательности – это удобный способ описания явлений, ситуаций и предметных областей. В интеллектуальных системах предметные области принято представлять в виде древовидных структур (например, дерево классификации, дерево решений, дерево фактов). В данной работе древовидная структура рассматривается как способ представления последовательностей, позволяющий единожды анализировать их общие начальные части. Отметим, что большие древовидные структуры не всегда обозримы для человека. Поэтому для целей проверки отдельных фрагментов описаний предметных областей человеком наглядным будет представление некоего поддерева с помощью множества последовательностей. В связи с этим актуальной является разработка такого унифицированного способа представления последовательностей однотипных элементов, который будет пригоден для их скоростной обработки и компактного хранения.

За основу возьмём деревья цифрового поиска, а именно их разновидность – лучевую память Рене де ла Брианде [1, 2]. Данную древовидную структуру используют для скоростного поиска строковых величин. Она организована следующим образом: узлы уровня 1 иерархической структуры соответствуют

значениям первых символов строковых величин, элементы иерархии второго уровня соответствуют значениям вторых символов строковых величин и т.д. Так происходит ветвление «дерева», которое продолжается, представляя каждую строку, символ за символом, до достижения конца строки, о чем сигнализирует признак окончания строки, представленный специальным дочерним узлом. Поиск в этой иерархической структуре осуществляется путем нахождения элемента иерархии уровня 1, соответствующего первому символу строковой величины, затем дочернего узла этого элемента, соответствующего второму символу, и т.д.

Недостатком данного метода является необходимость хранения самих данных (множества строк) в специально выделенной области, что дополнительно приводит к значительным затратам памяти.

Цель работы – разработка и обоснование способа представления последовательностей однотипных элементов, пригодного для их скоростной обработки и компактного хранения.

Для достижения цели решены следующие задачи. Введены обозначения однотипных элементов и их последовательностей, что позволило представление последовательностей свести к задаче представления строковых величин. Формализованы представления для хранения строковых величин и для поиска строковых величин, соответствующие [1, 2]. Предложено представление для хранения и поиска строковых величин, а также его модификация, обеспечивающая удобный способ хранения строк с помощью массивов. Показаны примеры его применения, в т. ч., при распознавании последовательности образов. Введён механизм активации подмножества строк словаря, позволяющий задавать ветви, участвующие в поиске, анализе, распознавании.

**Обозначение однотипных элементов и их последовательностей**

Пусть имеется ограниченное количество элементов одной природы (образов, классов, условий и т.д.).

Назовём упорядоченное множество этих элементов *алфавитом элементов*. Введя для каждого элемента его обозначение с помощью уникального идентификатора (символ или число), получим упорядоченное множество (или алфавит)

идентификаторов.

Обозначим последовательность элементов с помощью строки, а множество последовательностей с помощью словаря строк (табл. 1). Это позволит применять ко множествам последовательностей элементов (сложных объектов), как операции, являющиеся обычными для словарей строк (сравнение, хранение, поиск, поиск вхождений последовательностей), так и специфические (например, активация некоторых подмножеств последовательностей).

Таблица 1 – Обозначение элементов и последовательностей

| Объект                        | Обозначение   |
|-------------------------------|---|
| Элемент последовательности    | Идентификатор – уникальный символ (или число)           |
| Алфавит элементов             | Упорядоченное множество идентификаторов                 |
| Последовательность элементов  | Строка или последовательность чисел                     |
| Множество последовательностей | Словарь строк (или множество последовательностей чисел) |

**Формализация понятия строки**

Определение 1. Алфавитом  $A$  будем называть упорядоченное множество символов  $a_i$ , внутри которого символы с меньшим номером предшествуют символам с большим номером, т.е. справедливо условие:

$$A = \{a_i\}, i \in [1, t], \quad (1)$$

$$\forall i, j \in [1, t] \quad i < j \Rightarrow a_i < a_j.$$

Здесь  $t$  – размер алфавита.

Определение 2. Строкой  $u$  длины  $L$  назовем вектор, состоящий из  $L$  символов алфавита  $A$ :

$$u = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_L), c_k \in A. \quad (2)$$

Длину строки  $u$  обозначим через  $|u|$ .

Утверждение 1. Любой символ  $c$  алфавита  $A$  будем рассматривать как строку длины один, т.е.  $u = (c)$ .

Определение 2. *Пустой строкой* назовем строку нулевой длины.

Обозначим строку нулевой длины  $\lambda$ .

Универсальное множество строк  $U$  можно представить в виде:

$$U = \{u_j\}, j \in N. \quad (3)$$

Здесь  $N$  – множество натуральных чисел.

Введем отношения и функции, определенные на универсальном множестве строк  $U$ , а также операции, которые можно выполнять над строками.

Рассмотрим строки  $u_1 = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_n)$  длины  $n$  и  $u_2 = (d_1, \dots, d_k, \dots, d_m)$  длины  $m$ , где  $c_k, d_k \in A$ , а также целое число  $i \in [0; l]$ , где  $l = \min(n, m)$ .

Определение 3. Две строки  $u_1$  и  $u_2$  назовем *эквивалентными по  $i$  первым компонентам*, если каждый из символов  $c_k$  строки  $u_1$  равен символу  $d_k$  строки  $u_2$  при целых  $k \in [1; i]$ .

Зададим это отношение с помощью

функции  $\tau(i, u_1, u_2)$ , принимающей значение 1, когда  $u_1$  и  $u_2$  эквивалентны по  $i$  первым компонентам и ноль в противном случае:

$$\tau(i, u_1, u_2) = \begin{cases} 1 & \forall k \in [1, i] \quad c_k = d_k \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}. \quad (4)$$

Определение 4. Назовем строку  $q = (b_1, \dots, b_k, \dots, b_i)$  длины  $i = |q|$  *маркером эквивалентности по  $i$  первым компонентам* строк  $u_1 = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_n)$  и  $u_2 = (d_1, \dots, d_k, \dots, d_m)$ , таких что справедливо  $\tau(i, u_1, u_2) = 1$ , если для любого  $k \in [1, i]$  справедливо  $b_k = d_k, b_k = c_k$ .

Отметим, что две любые строки являются эквивалентными по 0 первым компонентам, а маркером эквивалентности по 0 первым компонентам выступает пустая строка  $\lambda$ .

$$\forall u_1, u_2 \in U \quad \tau(0, u_1, u_2) \equiv 1.$$

Для сравнения строк понадобится отношение равенства.

Определение 5. Две строки  $u_1 = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_n)$  и  $u_2 = (d_1, \dots, d_k, \dots, d_m)$  назовем *равными* и будем записывать  $u_1 = u_2$ , если длины этих строк  $n$  и  $m$  равны и строки  $u_1, u_2$  эквивалентны по  $n$  первым компонентам.

С целью упорядочения множества строк по алфавиту введем для строк  $u_1, u_2$  отношение “меньше”.

Определение 6. Будем говорить, что строка  $u_1 = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_n)$  длины  $n$  *меньше* строки и  $u_2 = (d_1, \dots, d_k, \dots, d_m)$  длины  $m$  и обозначим  $u_1 < u_2$ , если для наибольшего числа  $i$ , такого что строки  $u_1$  и  $u_2$  эквивалентны по  $i$  первым компонентам, либо  $i$  равно длине первой и меньше длины второй строки, либо  $i$  меньше длин обеих строк и  $(i+1)$ -й символ первой строки  $c_{i+1}$  имеет меньший номер в алфавите, чем  $(i+1)$ -й символ второй строки  $d_{i+1}$ .

$$\forall u_1, u_2 : |u_1| = n, |u_2| = m, u_1 \prec u_2 \Rightarrow \begin{cases} n < m, \tau(n, u_1, u_2) = 1 \\ \exists i \in [0, l-1] : (\tau(i, u_1, u_2) = 1) \cap (c_{i+1} \prec d_{i+1}) \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $l = \min(n, m)$ .

Используя отношение “меньше”, упорядочим множество строк.

Определение 7. Множество строк  $F = \{u_i\}$  будем называть упорядоченным по алфавиту, если любая строка с меньшим номером меньше строки с большим номером, то есть справедливо:

$$u_i \prec u_j \quad \forall u_i, u_j \in F : i < j. \quad (6)$$

Введем для двух строк  $u_1 = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_n)$  длины  $n$  и  $u_2 = (d_1, \dots, d_k, \dots, d_m)$  длины  $m$  операцию конкатенации  $\diamond$ , результатом которой является строка  $u_3 = (b_1, \dots, b_i, \dots, b_{n+m})$  длины  $n+m$ , у которой каждый из первых  $n$  символов равен символу строки  $u_1$ , имеющему такой же порядковый номер, а каждый из последующих  $m$  символов с порядковым номером  $(n+j)$  равен  $j$ -му символу строки  $u_2$ .

$$\begin{aligned} \forall u_1 = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_n), u_2 = (d_1, \dots, d_k, \dots, d_m) \\ u_3 = u_1 \diamond u_2 \Rightarrow u_3 = (b_1, \dots, b_i, \dots, b_{n+m}), \quad (7) \\ b_i = \begin{cases} c_i & | \quad i \in [1, n] \\ d_{i-n} & | \quad i \in [n+1, n+m] \end{cases} \end{aligned}$$

При разработке правил представления словаря строк для обеспечения хранения и поиска строк нам понадобится функция инверсии строки  $I(u)$ , которая функция определена на множестве  $U$  и принимает значения из этого множества. Она изменяет порядок символов строки на обратный:

$$\begin{aligned} \forall u = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_n) \\ I(u) = (c_n, \dots, c_k, \dots, c_1). \quad (8) \end{aligned}$$

### Формализация представления словаря строк для хранения

Определение 8. Словарем строк  $G$  назовем конечное упорядоченное по алфавиту множество строк, то есть:

$$G = \{g_k\}, \forall i > j \quad g_i \prec g_j, \quad (9)$$

где  $i, k \in [1, z]$ ,  $z = |G|$  – размер словаря.

Определение 9. Строку  $g_k$ , принадлежащую словарю  $G$ , назовем словом словаря  $G$ .

Определение 10. Идентификатором слова  $g_k$  в словаре  $G$  будем считать порядковый номер  $k$  слова  $g_k$  в словаре  $G$ .

Чтобы определить, является ли строка  $u$  словом  $g_i$  словаря  $G$ , и определить идентификатор  $i$  этого слова в словаре  $G$ , введем функцию  $N(u, G)$ , принимающую значение  $i$ , если в словаре найдется слово  $g_i$ , равное строке  $u$ , и 0, иначе:

$$N(u, G) = \begin{cases} i \in [1, z] & | \quad \exists g_i \in G : u = g_i \\ 0 & | \quad \text{иначе} \end{cases} \quad (10)$$

Обратная функция  $N^{-1}(i, G)$  позволяет получить слово  $g_i$  словаря по его идентификатору  $i$  в словаре  $G$ . При этом  $i \in [1, z]$ , а принимаемое значение  $g \in G$ :

$$N^{-1}(i, G) = g : i = N(g, G). \quad (11)$$

Утверждение 2. Некоторое представление словаря строк применимо для хранения строк, если для него определены функция получения идентификатора строки и функция получения строки по идентификатору.

### Формализация представление словаря строк для поиска

Формализуем представление словаря строк для поиска методом деревьев цифрового поиска. В этом методе сначала весь словарь, а затем его подмножества разбивают на группы. На каждом шаге таких разбиений в одну и ту же группу попадают слова, у которых 1, 2 и т.д. первых символов совпадают. Согласно введенной ранее терминологии, на каждом шаге разбиений слова, попавшие в одну группу, эквивалентны друг другу по 1, 2 и т.д. первым компонентам, соответственно.

Для формального описания этих операций введем подмножества словаря, состоящие из слов, длина которых не меньше некоторой величины  $i$ . Разобьем каждое из этих подмножеств на классы эквивалентности по  $i$  первым компонентам.

Пусть  $y_i$  – подмножество словаря  $G$ , состоящее из всех слов длины больше или равной  $i$  и пусть  $Y = \{y_i\}, i \in [0, h]$ , где  $h$  – максимальная длина слова словаря:

$$\begin{aligned} Y = \{y_i\}_{i=0}^h, \\ y_i \subseteq G : \forall g \in G, |g| \geq i \Rightarrow g \in y_i. \quad (12) \end{aligned}$$

Каждое из множеств  $y_i$  разобьем на классы эквивалентности  $G_k^i$  по  $i$  первым компонентам (4). Разбиение  $\mathfrak{R}_i$  будет включать в себя классы эквивалентности  $G_k^i$ :

$$\mathfrak{R}_i = \{G_k^i\}_{k=1}^{r_i}, \quad (13)$$

где  $r_i$  – количество классов эквивалентности в разбиении множества  $y_i$ . Соберём во множество  $\mathfrak{N}$  разбиения  $\mathfrak{R}_i, i \in [0, h]$ , где  $h$  – максимальная длина слова в словаре  $G$ :

$$\mathfrak{N} = \{\mathfrak{R}_i\}_{i=0}^h.$$

Исходя из свойств разбиений на классы эквивалентности, разбиение  $\mathfrak{R}_i$  должно удовлетворять следующему условию:

$$\begin{aligned} \forall i \in [1, h] \forall G_k^i, G_l^i \in \mathfrak{R}_i \\ G_k^i \cap G_l^i = \emptyset, \bigcup_{k=1}^{r_i} G_k^i = y_i. \end{aligned} \quad (14)$$

Все строки, попавшие в один класс разбиения  $G_k^i$  эквивалентны по  $i$  первым компонентам. Поставим в соответствие каждому классу  $G_k^i$  строку  $q_k^i$  длины  $i$ , которая будет маркером эквивалентности любой пары строк, принадлежащих этому классу. Назовём строку  $q_k^i$  маркером эквивалентности класса  $G_k^i$ . Соответствие между классами  $G_k^i$  разбиения  $\mathfrak{R}_i$  и маркерами эквивалентности  $q_k^i$  этих классов является взаимно-однозначным.

Введем отображение  $\alpha(G_k^i)$  классов разбиения  $\mathfrak{R}_i$  на универсальное множество строк  $U$ , по позволяющее определить маркер эквивалентности  $q_k^i$  класса  $G_k^i$ :

$$\begin{aligned} \forall i \in [0, h] \forall G_k^i \in \mathfrak{R}_i \forall g \in G_k^i \\ \alpha(G_k^i) = q \in U : |q| = i, \tau(i, q, g) = 1 \end{aligned}$$

где  $h$  – максимальная длина слова словаря  $G$ .

Объединим строки  $q_k^i = \alpha(G_k^i)$  во множество  $S_i = \{q_k^i\}_{k=1}^{r_i}$ , где  $r_i = |\mathfrak{R}_i|$ . Потребуем, чтобы множество строк  $S_i$  было упорядочено по алфавиту и номера соответствующих друг другу элементов во множествах  $\mathfrak{R}_i$  и  $S_i$  совпадали.

Утверждение 3. Любой класс  $G_k^i$  разбиения  $\mathfrak{R}_i$  содержит не более одного слова длины  $i$ , причём это слово равно маркеру эквивалентности  $q = \alpha(G_k^i)$  класса  $G_k^i$ .

Пользуясь Утверждением 3 и отображением (11), можно определить, является ли маркер эквивалентности некоторого класса  $G_k^i$  словом словаря, и получить идентификатор этого слова.

Пусть  $q = \alpha(G_k^i)$ . Допустим,  $q \in G_k^i$ . Так как  $G_k^i \subseteq G$ , то  $q \in G$ . Тогда, согласно (11),  $N(q, G)$  принимает положительное значение. Если же  $q \notin G_k^i$ , то  $q \notin G$ . А значит  $N(q, G) = 0$ .

Введем отображение  $\beta(G_k^i, G)$ , позволяющее определить, является ли маркер эквивалентности класса  $G_k^i$  словом словаря, и получить идентификатор этого слова. Отображение  $\beta(G_k^i, G)$  принимает значения из множества целых  $[0; z]$ , где  $z$  – количество строк в словаре  $G$ .

$$\beta(G_k^i, G) = N(\alpha(G_k^i), G) \quad (15)$$

Рассмотрим, как связаны между собой классы разбиений  $\mathfrak{R}_i$  и  $\mathfrak{R}_{i+1}$ .

Утверждение 4. Каждый класс  $G_l^{i+1}$  разбиения  $\mathfrak{R}_{i+1}$  является подмножеством некоторого класса  $G_k^i$  разбиения  $\mathfrak{R}_i$ , причём только одного.

Введем отображение связывающее классы разбиений  $\mathfrak{R}_i$  и  $\mathfrak{R}_{i+1}$ . Рассмотрим классы  $G_k^i$  и класс  $G_l^{i+1}$ , для которых  $G_l^{i+1} \subseteq G_k^i$ . Их маркерами эквивалентности являются  $q_l^{i+1}$  и  $q_k^i$ , соответственно. Первые  $i$  символов строк  $q_k^i$  и  $q_l^{i+1}$  совпадают, и строка  $q_l^{i+1}$  длиннее строки  $q_k^i$  на один символ, который можем обозначить через  $c$ , откуда:

$$q_l^{i+1} = q_k^i \diamond(c).$$

Преобразуем это выражение к виду:

$$\alpha(G_l^{i+1}) = \alpha(G_k^i) \diamond(c). \quad (16)$$

То есть, каждому классу  $G_l^{i+1}$  можно поставить в соответствие пару  $(G_k^i, c)$ , причём только одну. Аналогично, любой паре  $(G_k^i, c)$ , где  $G_k^i \in \mathfrak{R}_i$  и  $c \in A$  соответствует не более одного класса разбиения  $\mathfrak{R}_{i+1}$ . Введём отображение  $\eta(G_k^i, c)$ .

$$\eta(G_k^i, c) = \begin{cases} G_l^{i+1} | \exists G_l^{i+1} : \alpha(G_l^{i+1}) = \alpha(G_k^i) \diamond(c) \\ \emptyset | \text{иначе} \end{cases} \quad (17)$$

Здесь  $G_l^{i+1} \subseteq G_k^i$ .

Маркер эквивалентности  $q_l^{i+1}$  каждого класса  $G_l^{i+1} = \eta(G_k^i, c)$  единственным образом формируется из маркера эквивалентности  $q_k^i$  класса  $G_k^i$  и символа  $c$ . Введем отображение  $\varphi$ , позволяющее определить для некоторого класса  $G_l^{i+1}$  этот символ  $c$ .

$$\begin{aligned} \forall c \in A \forall G_l^{i+1} \in \mathfrak{R}_{i+1}, \forall G_k^i \in \mathfrak{R}_i : G_l^{i+1} = \eta(G_k^i, c) \\ \varphi(G_l^{i+1}) = c \end{aligned} \quad (18)$$

Оценка количества  $r_i$  классов в разбиении  $\mathfrak{R}_i$ . необходима при оценке количества памяти, необходимой для хранения представлений словаря.

Утверждение 5. Величина  $r_i$  зависит от содержимого словаря  $G$  и размера алфавита  $A$  и удовлетворяет неравенству:

$$\max\left(z_i, \left\lceil \frac{r_{i+1}}{t} \right\rceil\right) \leq r_i \leq \min(|y_i|, t^i), \quad (20)$$

где  $i$ -номер разбиения,  $r_i = |\mathfrak{R}_i|$ ,  $r_{i+1} = |\mathfrak{R}_{i+1}|$ ,  $t$  –

размер алфавита  $A$ ,  $z$  – количество слов словаря  $G$ ,  $z_i$  – количество слов словаря длины  $i$ ,  $\lceil \cdot \rceil$  – операция округления вверх до целого числа. Неравенство (20) легло в основу работы [3].

Утверждение 6. Любые два различных класса  $G_l^{i+1}$  и  $G_m^{i+1}$  разбиения  $\mathfrak{R}_{i+1}$  являющиеся подмножествами некоторого класса  $G_k^i$  разбиения  $\mathfrak{R}_i$  не имеют общих элементов:

$$\forall G_k^i : \exists G_l^{i+1}, G_m^{i+1} \subseteq G_k^i, G_l^{i+1} \neq G_m^{i+1} \quad (21)$$

$$G_l^{i+1} \cap G_m^{i+1} = \emptyset$$

Данное утверждение следует из свойств разбиения множества на классы эквивалентности. Из утверждения 6 следует, что классы  $G_k^i$  разбиения  $\mathfrak{R}_i$  связаны с классами и разбиения  $\mathfrak{R}_{i+1}$  в отношении один ко многим. То есть взаимосвязь между классами разбиений можно описать с помощью ориентированного графа, который является деревом. Вершинами этого графа являются классы разбиений. Дуги графа соединяют классы  $G_k^i \in \mathfrak{R}_i$  и  $G_l^{i+1} \in \mathfrak{R}_{i+1}$  и направлены от класса разбиения с меньшим номером  $\mathfrak{R}_i$  к классу разбиения с большим номером  $\mathfrak{R}_{i+1}$ .

Обозначим через  $W$  множество вершин  $w_j$ , каждая из которых является классом  $G_k^i$  одного из разбиений  $\mathfrak{R}_i$ . Множество  $W$  мощности  $v$  можно получить путем объединения всех разбиений  $\mathfrak{R}_i$ , где  $i \in [0; h]$ .

$$W = \bigcup_{i=0}^h \mathfrak{R}_i, |W| = \sum_{i=0}^h |\mathfrak{R}_i| = v,$$

$$W = \{w_j\}, \forall j \in [1, v] \exists i \in [0, h] : w_j \in \mathfrak{R}_i. \quad (22)$$

Пусть классы во множестве  $W$  пронумерованы в соответствии с порядком по алфавиту маркеров эквивалентности этих классов. Тогда  $w_1 = G$  – единственный класс разбиения  $\mathfrak{R}_0$ , т.к.  $\alpha(w_1)$  – пустая строка находится в отношении меньше с любой непустой строкой.

Исходя из (22), каждая функция, определенная на множестве классов разбиения  $\mathfrak{R}_i$ , где  $i \in [0, h]$ , определена и на множестве  $W$ , а отображения принимающие значения из множества классов разбиения  $\mathfrak{R}_i$  также принадлежат множеству  $W$ .

Перепишем отображения (14), (15), (17), (18) с учетом (22).

Отображение  $\alpha$ , ставящее в соответствие каждому классу эквивалентности маркер эквивалентности, (14) примет вид:

$$\forall w_j \in \mathfrak{R}_i \forall g \in w_j$$

$$\exists q \in U, q = \alpha(w_j) : |q| = i, \tau(i, q, g) = 1, \quad (23)$$

где  $j \in [1; v]$ ,  $i \in [0; h]$ ,  $q$  – маркер эквивалентности класса  $w_j$ .

Отображение  $\beta(w_j, G)$  (15) позволяет определить, принадлежит ли словарю  $G$  строка  $g$ , равная маркеру эквивалентности класса  $w_j$ , и каков ее идентификатор в словаре. С учетом (22) оно примет вид:

$$\beta(w_j, G) = N(\alpha(w_j), G). \quad (24)$$

Отображение  $\eta$  (17), определяющее для любого класса  $w_j \in \mathfrak{R}_i$  и символа  $c$ , существует ли класс  $w_k \in \mathfrak{R}_{i+1}$ , чей маркер эквивалентности  $\alpha(w_k)$  формируется путём конкатенации маркера эквивалентности класса  $\alpha(w_j)$  и символа  $c$ , примет вид:

$$\eta(w_j, c) = \begin{cases} w_k & | \exists w_k : \alpha(w_k) = \alpha(w_j) \diamond(c) \\ \emptyset & | \text{иначе} \end{cases} \quad (25)$$

Отображение  $\varphi$  (18), позволяющее определить для некоторого класса  $w_k = \eta(w_j, c)$  символ  $c$ , примет вид:

$$\forall c \forall w_k, w_j : w_k = \eta(w_j, c)$$

$$\varphi(w_k) = c \quad (26)$$

Таким образом, получим представление словаря строк в виде ориентированного графа, вершины которого представлены множеством  $W$ . Вершины  $w_j$  и  $w_k$  соединены ребром  $(w_j, w_k)$ , если выполняется условие:

$$w_k = \eta(w_j, \varphi(w_k)). \quad (27)$$

Рёбра графа можно задать с помощью матрицы смежности  $M$  размерности  $v \times v$ , где  $v = |W|$  (22). Значения элементов  $m_{jk}$  матрицы смежности  $M$  определим по формуле:

$$m_{jk} = \begin{cases} 1 & | w_k = \eta(w_j, \varphi(w_k)) \\ 0 & | \text{иначе} \end{cases} \quad (28)$$

Множество вершин  $W$  и матрица смежности  $M$  образуют представление словаря для поиска. Это представление требует больших затрат памяти для хранения множества вершин, так как каждая из вершин – множество строк. Покажем, что оно избыточно.

Каждое слово длины  $i$  принадлежит словарю, а также одному из классов разбиения  $\mathfrak{R}_1$ , одному классу разбиения  $\mathfrak{R}_2$ , ..., одному классу разбиения  $\mathfrak{R}_{i-1}$ , одному классу разбиения  $\mathfrak{R}_i$ . То есть, одно и то же слово хранится несколько раз. Значит, нужно более экономно задать множество вершин.

подавляющее большинство элементов  $m_{jk}$  матрицы смежности  $M$  будут нулевыми. То есть, матрица  $M$  – разреженная. Следовательно, нужно найти иной метод хранения рёбер ориентированного графа.

Утверждение 7. Каждый класс  $w_j$

однозначно определяется значениями отображений  $\varphi(w_k)$ ,  $\beta(w_j, G)$ , а также множеством номеров классов  $\wp_j = \{k\}$ , при которых справедливо  $w_k = \eta(w_j, \varphi(w_k))$ .

По Утверждению 7 каждая вершина  $w_j$  может быть заменена парой значений  $(\varphi(w_j), \beta(w_j, G))$ . Обозначим через  $o_{j1}$  значение  $\varphi(w_j)$  и  $o_{j2}$  значение  $\beta(w_j, G)$ .

Утверждение 7 также позволяет найти более экономный метод хранения рёбер ориентированного графа в сравнении с матрицей смежности  $M$ . Множество  $\wp_j = \{k\}$  есть не что иное, как множество всех номеров  $k$ , при которых для значений справедливо  $m_{jk} = 1$ . То есть,  $\wp_j = \{k\}$  описывает множество рёбер, исходящих из вершины  $w_j$ . Обозначим через  $o_{j3}$  множество  $\wp_j$ . Для ускорения поиска элемента во множестве  $o_{j3}$  пронумеруем его элементы таким образом, чтобы элемент  $k_i$  с меньшим номером  $i$  ссылался на вершину  $w_{k_i}$ , для которой символ  $o_{k_i} = \varphi(w_{k_i})$  предшествует в алфавите аналогичному символу вершины, на которую ссылается элемент  $k_{i+x}$  с большим номером  $(i+x)$ :

$$\begin{aligned} o_{k_i 1} < o_{k_{(i+x)} 1} \\ \forall x > 0 \forall k_i, k_{i+x} \in o_{j3} \end{aligned} \quad (29)$$

Множество  $O$  векторов  $o_j = (o_{j1}, o_{j2}, o_{j3})$  является более компактным заданием орграфа, определяемого множеством вершин  $W = \{w_j\}_{j=1}^v$ , и множеством рёбер, которое задано матрицей смежности  $M = \{m_{jk}\}_{j,k=1}^v$ :

$$\begin{aligned} O = \{o_j\}_{j=1}^v, o_j = (o_{j1}, o_{j2}, o_{j3}), \\ o_{j1} = \varphi(w_j), o_{j2} = \beta(w_j, G), \\ o_{j3} = \{k_i\} : w_{k_i} = \eta(w_j, \varphi(w_{k_i})). \end{aligned} \quad (31)$$

Множество векторов  $O$  (31) является представлением словаря строк  $G$ . Оно описывает древовидную структуру, которая хранит данные о строках в ветви: вершина древовидной структуры описывается элементом  $o_1$ ; вершина высоты  $j$  соответствует  $j$ -му символу строки. Вектор  $o_j$  содержит:  $o_{j1}$  – символ строки;  $o_{j2}$  – идентификатор строки, оканчивающейся в данной вершине или 0, если в данной вершине строка не оканчивается;  $o_{j3}$  – множество номеров вершин-потомков данной вершины.

Представление (31) не позволяет задать функцию получения строки  $g$  по её идентификатору в словаре  $G$ , но даёт возможность определить идентификатор строки  $g$  в словаре  $G$ .

Введём функцию  $N(g, O)$  для определения

идентификатора строки  $g = (c_1, \dots, c_l, \dots, c_L)$  словаря  $G$  в представлении  $O$  (31).

Алгоритм определения  $N(g, O)$ .

1. Инициализация:

$$l=0, b_0=1.$$

2. Итерация:

Пока  $(l < L) \wedge (b_l \neq 0)$  выполнять

$$b_{l+1} = \begin{cases} k, \exists k \in o_{b_l 3} : o_{k1} = c_{l+1} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$$

3. Результат:

$$N(g, O) = \begin{cases} 0 \mid \exists l \in [1, L] : b_l = 0 \\ o_{k_L 2} \mid \text{ иначе} \end{cases}$$

В приведенном алгоритме  $l$  – номер шага и рассматриваемого символа строки  $g$ , а  $b_l$  – номер текущей вершины древовидной структуры, которая описана вектором  $o_{b_l} = (o_{b_l 1}, o_{b_l 2}, o_{b_l 3})$ .

На каждом шаге итерации выполняют поиск номера вершины-потомка, которая хранит символ  $o_{b_l 1}$ , совпадающий со следующим символом строки  $c_{l+1}$ . Если такая вершина-потомок существует, её номер будет присвоен  $b_{l+1}$  – номеру вершины, рассматриваемому на следующем шаге. Итерация прекращается при достижении последнего символа строки  $c_L$  или в случае, если у вершины с номером  $b_l$  нет вершины-потомка, которая хранит символ, совпадающий со следующим символом строки. Если для одного из  $b_l$ ,  $l \in [0, L-1]$ , не найдено вершины-потомка, то результатом функции будет 0, что означает отсутствие строки  $g$  в словаре  $G$ . При обнаружении вершины, чей маркер эквивалентности совпадает с искомой строкой, результатом будет  $o_{b_l 2}$  – идентификатор маркера эквивалентности класса  $w_{b_l}$  в словаре  $G$ .

Утверждение 8. Некоторое представление словаря строк применимо для поиска строк, если для него определена функция получения идентификатора строки.

### Разработка представления словаря строк для хранения и поиска

Модифицируем представление словаря для поиска с тем, чтобы обеспечить также хранение строк.

Утверждение 9. Для любого класса  $w_k \in W$  с номером  $k \in [2, v]$  существует класс  $w_j \in W$  с номером  $j \in [1, v]$ , для которого справедливо  $w_k = \eta(w_j, \varphi(w_k))$ , причём только один.

$$\begin{aligned} \forall k \in [2, v] : w_k \in W \\ \exists ! w_j \in W, j \in [1, v] : w_k = \eta(w_j, \varphi(w_k)) \end{aligned} \quad (32)$$

Пользуясь Утверждением 9, введём функцию  $\chi(w_k)$ , определенную на множестве

$W' = W \setminus w_1$  и принимающую целочисленные значения  $j$  из диапазона  $[1; v]$ , где  $v = |W|$ .

$$\chi(w_k) = j : w_k = \eta(w_j, \varphi(w_k)) \quad (33)$$

Заменим в представлении (31), множество вершин  $O$  множеством вершин  $O'$ , элементы  $o'_j$  которого формируются из элементов  $o_j$  множества  $O$  путём введения в него дополнительного элемента  $o_{j4} = \chi(w_j)$ , являющегося номером родительской вершины по отношению к вершине  $w_j$ :

$$\begin{aligned} O' &= \{o'_j\}_{j=1}^v, o'_j = (o_{j1}, o_{j2}, o_{j3}, o_{j4}), \\ o_{j1} &= \varphi(w_j), o_{j2} = \beta(w_j, G), \\ o_{j3} &= \{k_i\} : w_{k_i} = \eta(w_j, \varphi(w_{k_i})), \\ o_{j4} &= \chi(w_j). \end{aligned} \quad (34)$$

Поскольку представление  $O'$  полностью включает в себя данные представления  $O$ , то оно обеспечивает поиск строк аналогично описанному в алгоритме определения  $N(g, O)$ .

Пользуясь представлением (34) можем для каждого элемента  $o'_j$  множества  $O'$  получить маркер эквивалентности соответствующего ему класса эквивалентности  $w_j$ .

Алгоритм получения маркера эквивалентности  $q$  класса  $w_j$  по представлению  $O'$  словаря  $G$ .

1. Инициализация:

$$r = j, u = \lambda.$$

2. Итерация:

Пока ( $r \neq 1$ ) выполнять

$$u = u \circ o_{r1},$$

$$r = o_{r4}.$$

3. Результат:

$$q = I(u).$$

Здесь переменная  $r$  принимает целочисленные значения и обозначает номер рассматриваемого элемента множества  $O'$ ;  $u$  – строка (изначально – пустая). В строку  $u$ , используя операцию конкатенации (7), добавляют символ  $o_{r1}$ , который хранится в рассматриваемом элементе. Эта операция выполняется итеративно по мере продвижения вверх по ветви древовидной структуры (напомним,  $o_{r4}$  – номер вершины, являющейся родительской по отношению) до тех пор пока не достигнем корневой вершины дерева  $w_1$ .

Запомним в некотором множестве  $X = \{x_i\}_{i=1}^z$ , где  $z = |G|$ , номера  $j$  всех элементов  $o'_j$ , у которых  $o'_{j2} \neq 0$ . Вспомним, что  $o'_{j2}$  хранит идентификатор в словаре  $G$  строки  $q$ , являющейся маркером эквивалентности вершины  $w_j$ , если она принадлежит словарю  $G$  и ноль в противном случае. Таким образом, множество  $X$  будет хранить номера всех вершин, чьи маркеры эквивалентности являются словами словаря  $G$ .

Потребуем, чтобы элементы каждый номер  $i$  элемента  $x_i = j$  множества  $X$  совпадал с идентификатором в словаре  $G$  слова, совпадающего с маркером эквивалентности класса  $w_j$ :

$$\begin{aligned} \forall o'_j \in O' : o_{j2} \neq 0 \\ \exists x_i \in X : (x_i = j) \wedge (o'_{j2} = i) \end{aligned} \quad (35)$$

Пара множеств

$$(O', X) \quad (36)$$

образует представление словаря  $G$ , которое можно использовать для хранения. Оно позволяет получать слово  $g$  по его идентификатору  $B \in [1, z]$  без использования словаря  $G$ . Искомую строку получаем как маркер эквивалентности класса  $w_j$ , где  $j = x_B$  по выше приведенному алгоритму.

Таким образом, разработанное представление (36) словаря  $G$  является представлением для хранения и поиска строк.

### **Применение представления словаря строк для хранения и поиска в компьютерных программах**

Разработанное представление словаря строк для хранения и поиска апробировано в качестве средства для хранения и скоростного поиска строк в программных библиотеках «Модуль декларативного морфологического анализа слов русского языка» [4] и «Модуль бессловарного морфологического анализа слов русского языка» [5], а также как средство для хранения и анализа последовательностей образов в задаче фонемного распознавания [6] слов русского языка. В последнем случае последовательность образов – последовательность аллофонов (разновидностей звучания фонем), образующих слово словаря. Для решения задачи фонемного распознавания слов параллельно с алфавитом образов (аллофонов) введён алфавит их идентификаторов (транскрипционных символов), а множество слов словаря обозначено через множество транскрипций, которое представлено согласно (38). Распознавание выполняется в процессе обхода древовидной структуры  $O'$ , при котором в каждой вершине происходит сопоставление фрагмента речевого сигнала с образом аллофона.

В упомянутых программных реализациях представление (38) физически организовано с помощью нескольких массивов, хранящих структуры фиксированной длины:

- массив потомков;
- массив вершин;
- массив номеров вершин, в которых оканчиваются строки.

То есть, для удобства программной реализации представление (38) преобразовано так, что его удобно хранить с помощью массивов.

Допустим,  $O'$  содержит  $\omega$  элементов

$o'_j = (o_{j1}, o_{j2}, o_{j3}, o_{j4})$  для которых  $o_{j3} \neq \emptyset$ .  
Соберём все элементы  $o_{j3} \neq \emptyset$  во множестве  $P$ :

$$P = \{p_i\}_{i=1}^{\omega}$$

$$\forall i \in [1, \omega] \exists! j : o'_j = (o_{j1}, o_{j2}, o_{j3}, o_{j4}) \in O', o_{j3} \neq \emptyset.$$

$$\forall o'_j = (o_{j1}, o_{j2}, o_{j3}, o_{j4}) \in O' : o_{j3} \neq \emptyset \quad o_{j3} \in P$$

Множество  $P$  содержит по одному вхождению непустых множеств  $o_{j3}$  и все непустые множества  $o_{j3}$  обязательно принадлежат  $P$ .

На основе вектора  $o'_j = (o_{j1}, o_{j2}, o_{j3}, o_{j4})$  сформируем вектор  $o''_j$  путём замены вектора  $o_{j3}$  на число  $o'_{j3}$ , принимающее значение, равное номеру  $i$  элемента  $p_i$  множества  $P$ , значение которого совпадает со множеством  $o_{j3}$ , или 0, если  $o_{j3} = \emptyset$ .

$$O'' = \{o''_j\}_{j=1}^v, o''_j = (o_{j1}, o_{j2}, o'_{j3}, o_{j4}),$$

$$o'_{j3} = \begin{cases} i & | \exists p_i \in P : p_i = o_{j3} \\ 0 & | \text{иначе} \end{cases}$$

В результате представление для хранения и поиска  $(O', X)$  будет преобразовано к виду:  $(O'', P, X)$ .

Данное представление также позволяет выполнять хранение и поиск. Его преимуществом по сравнению с представлением (38) является то, что вектора  $o''_j$  могут быть описаны структурой данных фиксированного размера, и, следовательно, множество  $O''$  представимо в виде массива таких структур. Это делает удобным работу с ними даже при хранении  $O''$  в файле (прямого доступа). Упорядоченное множество  $O''$  – основной элемент, описывающий вершины древовидной структуры, являющейся представлением множества последовательностей. Номер  $j$  вершины однозначно определяет вершину  $o''_j$  древовидной структуры, ветвь из корня  $o''_1$  до вершины  $o''_j$ , характеризующую общую начальную часть множества последовательностей, принадлежащих классу разбиения  $w_j$ . Это использовано в методе фонемного распознавания слов большого словаря, где распознавание выполняется в процессе обхода древовидной структуры, заданной парой множеств  $(O'', P)$ . Каждому элементу  $o''_j$  множества  $O''$  поставлены в соответствие  $b_j$  и  $d_j$ . При работе с вершиной  $o''_j$  значения  $b_j$  известно к моменту начала обработки образа аллофона, связанного с вершиной  $o''_j$ , и обозначает границу начала этого аллофона в распознаваемом сигнале, а  $d_j$  определяют по результату сопоставления образа аллофона и

фрагмента речевого сигнала.

Связав с каждой вершиной  $o''_j$  представления  $(O'', P, X)$  «флаг» активации  $ac_i$ , принимающий ненулевое значение для активированных вершин и 0 для остальных. Объединим элементы  $ac_i$  во множестве  $AC$ .

Алгоритм активации вершин, строки с идентификатором  $Id$ .

1. Инициализация:

$$r = x_{Id}$$

2. Итерация:

Пока  $(r \neq 1) \wedge (ac_r = 0)$  выполнять

$$ac_r = 1,$$

$$r = o_{r4}.$$

Здесь  $r$  – номер текущей вершины;  $x_{Id} \in X$  (35) – номер вершины, в которой оканчивается строка с идентификатором  $Id$ .

Данный алгоритм выполняет проход вверх по ветви, представляющей ФТ, и выставляет флаг активации вершин  $ac_r$  до тех пор, пока не будет достигнута корневая вершина или уже активированная вершина. Второе из условий сокращает число операций, когда необходимо активировать более одной строки.

Операция, обратная активации, выполняется путём обнуления всех элементов множества  $AC$ . Если  $AC$  представлено массивом, то она выполняется путём заполнения области памяти нулевым значением, что не требует значительных временных затрат. Так же быстро могут быть выполнены операции инициализации элементов и структур данных, которые в рамках решаемой задачи связываются по номеру  $j$  с вершиной древовидной структуры  $o''_j$ .

## Выводы

В работе предложено использовать для представления последовательностей сложных объектов их обозначения, что позволит хранить и обрабатывать множества таких последовательностей как словари строк.

Формализовано представление словаря строк для хранения строк. Показано, что некоторое представление применимо для хранения строк, если для него определены функция получения идентификатора строки и функция получения строки по идентификатору.

Формализовано представление словаря строк для поиска. Оно организовано с помощью древовидной структуры, хранящей строки вдоль ветви от корня к листу, и позволяет определять принадлежность строки словарю и её идентификатор.

На основе представления словаря строк для поиска, разработано представление словаря строк для хранения и поиска, которое в ряде случаев позволяет сократить затраты памяти. Предложена модификация разработанного представления,

обеспечивающая удобный способ хранения строк с помощью массивов. Указаны компьютерные программы, в которых оно использовано как представление словарей строк. Показано, что данное представление можно использовать при распознавании последовательности образов. Введён механизм активации подмножества строк словаря, позволяющий задавать ветви, участвующие в поиске, анализе, распознавании.

Предложенное в работе представление словаря строк для хранения и поиска, а также введённое обозначение множеств последовательностей может быть полезно при решении практических задач и проведении исследований в области искусственного интеллекта.

### Литература

11. R. de la Briandais. File searching using variable-length keys // Proc. Western Joint Computer Conf., San Francisco, March 1959. – pp. 295–298.

12. Кнут, Д. Э. Искусство программирования, том 3. Сортировка и поиск, 2-изд.: Пер. с англ.: Уч. Пос. – М., 2000, С. 529–530.
13. Дорохина Г.В. Сравнение затрат памяти для метода деревьев цифрового поиска и его усовершенствования // Искусственный интеллект 2009. – № 4. – с. 338 – 343.
14. Свідотство про реєстрацію авторського права на твір Комп'ютерна програма «Модуль декларативного морфологічного аналізу слів російської мови» («РДМА\_ПШШ») №43188 від 09.04.2012. Автор: Г.В. Дорохіна, Власник: Інститут проблем штучного інтелекту.
15. Дорохина Г.В., Трунов В.Ю., Шилова Е.В. Модуль морфологического анализа без словаря слов русского языка // Искусственный интеллект. – 2010. – №2. – С.32-36.
16. Дорохина Г.В. Модификация алгоритма DTW для фонемного распознавания слов // Проблемы искусственного интеллекта. – 2015. – № 0 (1). – С. 38 – 49.

**Ключевые слова:** способы представления данных, хранение, скоростной поиск, усовершенствованное дерево цифрового поиска, последовательности, временные ряды.

**Дорохина Г.В., Павлюш В.М. Спосіб представлення множин послідовностей.** Дані в багатьох інформаційно-обчислювальних системах подаються у вигляді послідовностей. Запропоновано спосіб подання множин послідовностей однотипних елементів шляхом їх позначення, що дозволяє оперувати послідовностями як рядковими величинами. Формально описано традиційний метод представлення словника рядків у вигляді впорядкованої множини (представлення словника рядків для зберігання) і метод представлення словника рядків у вигляді дерева цифрового пошуку (представлення словника рядків для пошуку). На їх основі розроблено метод представлення словника рядків для зберігання і пошуку. Він дозволяє виконувати аналіз загальних початкових частин рядків словника раз, а також виконувати операцію «активація» для частини рядків словника. Крім того, розроблений метод є альтернативою одночасному використанню двох формально описаних представлень, що для певних наборів даних дозволяє зменшити витрати пам'яті. Показано застосування розробленого методу представлення словника рядків для зберігання і пошуку в комп'ютерних програмах.

**Ключові слова:** способи представлення даних, зберігання, швидкісний пошук, удосконалене дерево цифрового пошуку, послідовності, часові ряди.

**Dorokhina G.V. Pavlysh V.N. A method of presenting sets of sequences.** The data in many data-processing systems can be represented as a series. We propose the way of presentation of sets of similar elements of the sequences by their designation. It allows the management of strings as string variables. The traditional method for representation of a dictionary of strings as an ordered set (the representation of the dictionary of strings for storing) and the method of representation of the dictionary of strings as a digital search tree (representation of the dictionary of strings for searching). On this basis, we developed a method of presenting a dictionary of strings for storing and searching. It enables to analyze the common initial parts of strings of dictionary once. It also performs the operation "activation" of strings of dictionary. In addition, the developed method is an alternative to the simultaneous using of two formally described representations, that allows to reduce memory costs. The application of the developed method of presentation of a dictionary of a strings for storing and searching in computer programs.

**Keywords:** data representation, storing of data, high-speed search, advanced digital search tree, sequences, time series.

Статья поступила в редакцию 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук А.С. Миненко

УДК 004.056.5

## Программная система встраивания информации в изображения с использованием стеганографических и криптографических алгоритмов

А.А. Егоров, А.В. Чернышова

Донецкий национальный технический университет  
yegorov0725@yandex.ru, alla@pmi.dgtu.donetsk.ua

*Егоров А.А., Чернышова А.В. Программная система встраивания информации в изображения с использованием стеганографических и криптографических алгоритмов. В статье описаны основные структуры и алгоритмы разработанной программной системы защиты информации с использованием стеганографических и криптографических алгоритмов. Приведен авторский алгоритм внедрения и извлечения данных при работе с изображением. Проанализированы характеристики популярных существующих программных средств.*

### Введение

Цель работы: исследование стеганографических и криптографических алгоритмов защиты информации, последующее проектирование и разработка программной системы встраивания информации в изображения с использованием стеганографических и криптографических алгоритмов.

Актуальность работы: защита авторского права в настоящий момент играет большую роль при рассмотрении вопросов информационной безопасности. Механизм цифровых водяных знаков популярен как для защиты различных изображений (фото, логотипы), так и для защиты видео-файлов и аудио-файлов. Предлагаемая программная система может использоваться как средство для защиты авторского права пользователя при работе с файлами в формате .bmp и .png. Предложенный программный продукт можно адаптировать для защиты авторского права в видео-файлах после создания дополнительного модуля работы с форматом .avi [1].

При использовании стеганографических алгоритмов передаваемая информация скрывается в файле. Данные, внутри которых размещаются скрытые сообщения, называются стегоконтейнером, а сами скрытые сообщения – стегосообщениями. Канал передачи стегоконтейнера называется стеганографическим каналом или стегоканалом. К стеганографии относятся множества различных методов: условные расположения знаков, микрофотоснимки, средства связи на плавающих частотах и тайные каналы. Стеганография является отличным дополнением, но никак не заменой криптографии [2].

Использование авторского алгоритма вместе с существующими криптографическими алгоритмами шифрования позволит более надежно защитить встраиваемую в графические изображения информацию и дальнейшую ее передачу по каналам связи.

### Анализ существующих систем

На сегодняшний день существует огромное количество открыто распространяемых программных продуктов, использующих стеганографическую технику. Наиболее популярны инструменты размещаются в Github-репозиториях.

В рамках проекта DarkJPEG разработан стеганографический веб-сервис нового поколения, позволяющий скрывать конфиденциальную информацию в виде незаметного шума в JPEG-изображениях, при этом выделить данную информацию можно только зная заданный при кодировании секретный ключ-пароль. Сервис использует стойкие методы стеганографии для сокрытия самого факта сокрытия информации вместе со стойкими методами криптографии для защиты данных, передаваемых по открытым каналам [3].

Основные особенности:

- использование SHA-3 для генерации ключей;
- симметричное шифрование AES-256;
- JPEG (DCT LSB) стеганография;
- поддержка RarJPEG и двойного сокрытия;
- подбор случайного контейнера;
- вычисления без участия сервера (на клиентской стороне);
- гарантия полной конфиденциальности.[3]  
OpenStego – это стеганографическое

приложение, которое предоставляет две возможности:

1. Скрытие данных (можно скрыть любые данные внутри файла-контейнера).

2. Водяные знаки (встраивание невидимой подписи, например в изображении, с целью обнаружения несанкционированного копирования).

Данная программа предоставляет возможность надежного встраивания водяных знаков при незначительном изменении размера или кадрирования изображения [4]. Отличительной особенностью OpenStego является то, что можно расширить ее возможности с помощью своих плагинов, написанных на Java.

LSB-Steganography – стеганографическая программа для скрытия данных в изображениях, реализована в виде скрипта на языке Python,

использующая методы наименьшего значащего бита. Модуль LSBSteg основан на OpenCV (библиотека для работы с изображениями). Он использует незначащий бит каждого пикселя и каждого цвета изображения для скрытия данных [5]. Программа не выполняет никаких дополнительных криптографических преобразований для защиты внедренных данных.

### Описание структуры разрабатываемой системы

При разработке системы прежде всего необходимо определить требования к программе. На рисунке 1 показана диаграмма использования разрабатываемой системы.

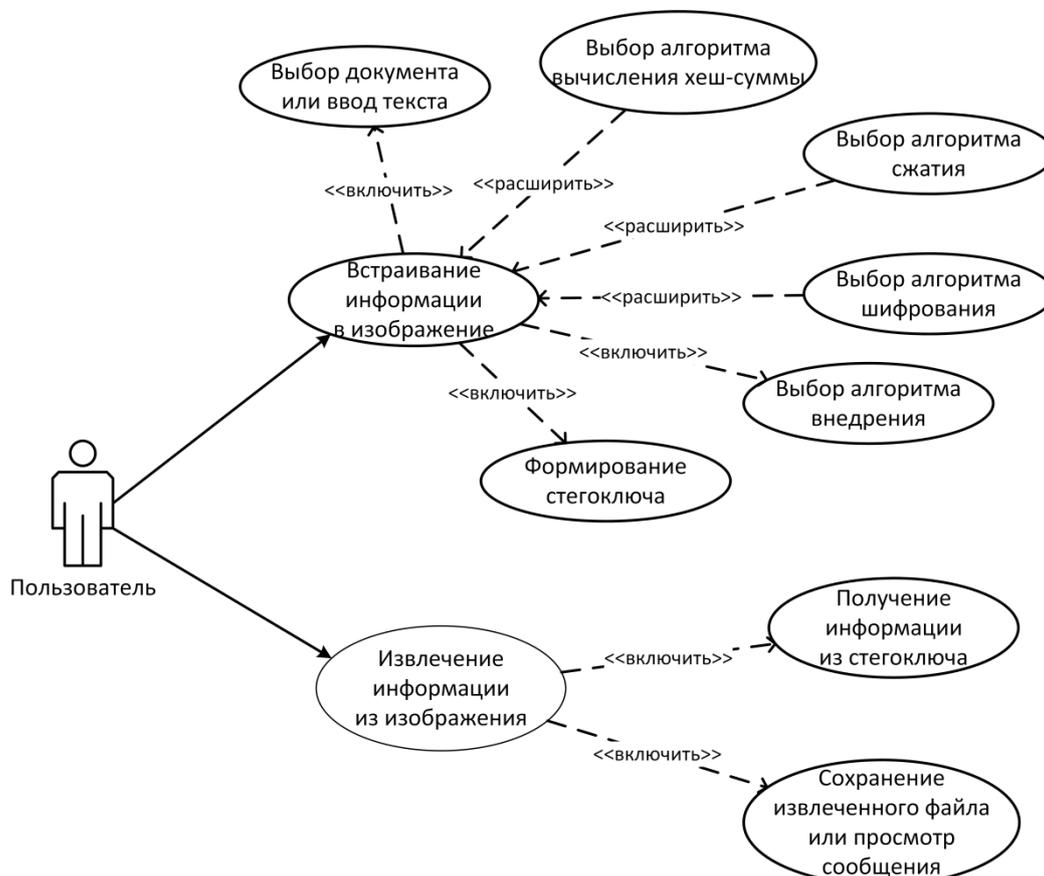


Рисунок 1 – Диаграмма вариантов использования (Uses Case) разрабатываемой системы

При проектировании авторской стегосистемы можно выделить три этапа:

- получение из цифрового документа байтов;
- преобразование байтов цифрового документа (подготовка данных для внедрения в контейнер);
- внедрение данных в изображение, используя метод LSB [6].

На первом этапе некоторый цифровой объект должен быть представлен в виде потока байт. Если это файл, то его можно открыть в бинарном режиме. Если текстовое сообщение, то представить его в виде байтов, заданной кодировкой [7].

На втором этапе, на вход подаются байты, полученные на первом этапе. Прежде всего необходимо вычислить контрольную хеш-сумму [8] исходных байт. После этого сжать

исходные байты, выбранным пользователем алгоритмом сжатия [9]. К сжатым байтам в начало добавляется заголовок (метаданные). После чего эти байты шифруются симметричным алгоритмом шифрования [10].

зашифрованные байты внедряются в изображение.

На рисунке 2 схематически показаны три этапа работы программной системы.

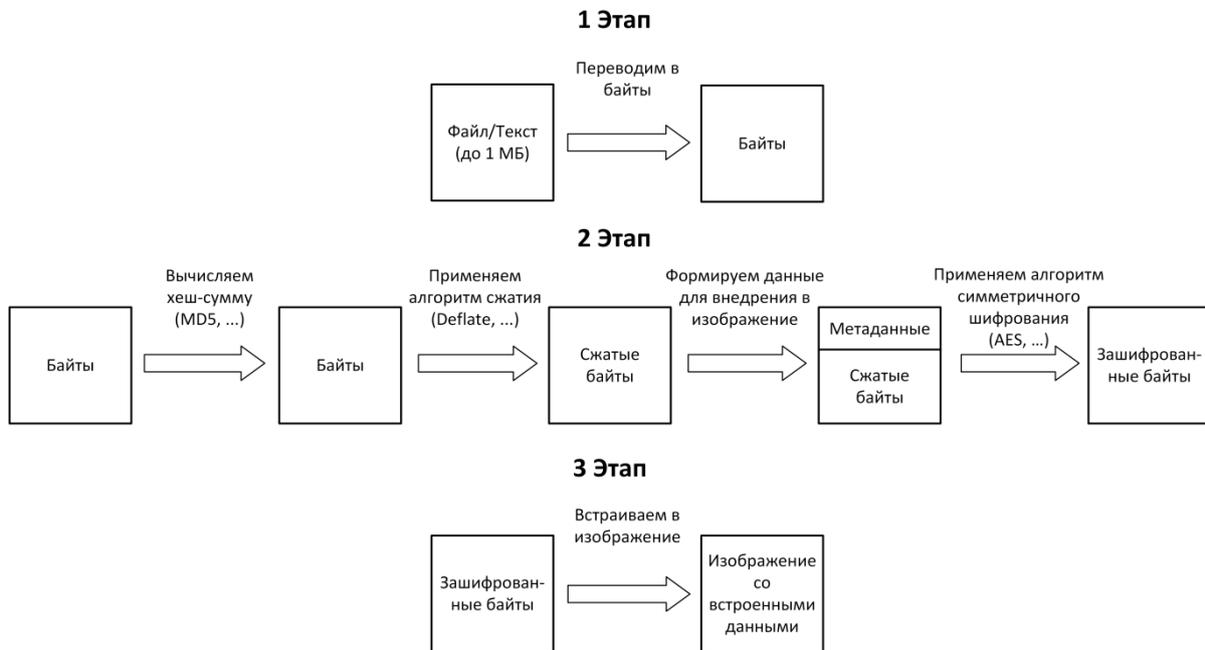


Рисунок 2 – Этапы работы программной системы

Для представления пользовательских данных в виде байтов был разработан интерфейс IData, реализующие этот интерфейс классы должны иметь следующие методы:

- byte[] GetBytes();
- int GetSize();
- Stream GetStream();
- IHeader GetHeader();

В данной системе уже есть два класса,

реализующих данный интерфейс: File, Text.

Метаданные – это данные описывающие пользовательские данные. Для представления метаданных был создан интерфейс IHeader. Аналогично реализованы два класса: FileHeader и TextHeader.

UML-диаграмма классов представлена на рисунке 3. Размеры структур и описание полей FileHeader указаны в таблице 1.

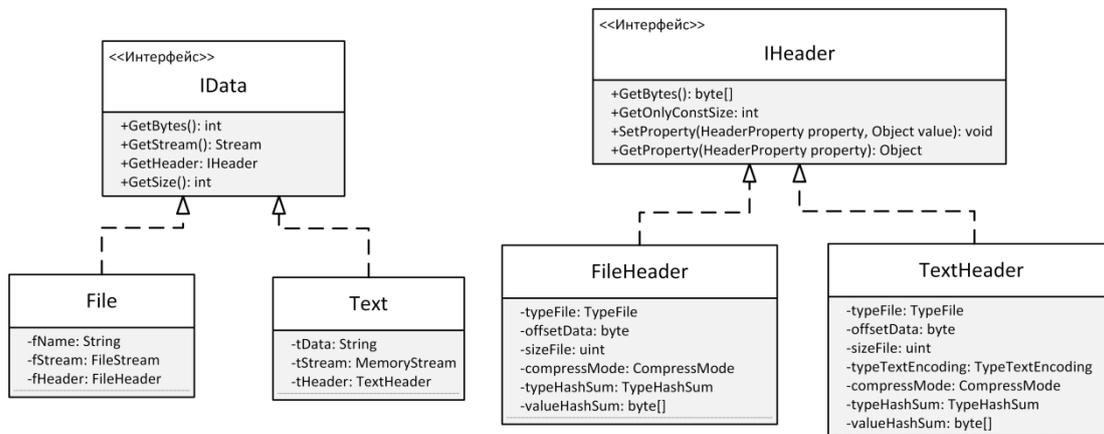


Рисунок 3 – Диаграмма классов, представляющая первый уровень системы

Таблица 1. Структура класса FileHeader

| Имя поля     | Кол-во байт | Описание   |
|--------------|-------------|--|
| typeFile     | 1           | Тип внедряемого документа                                  |
| offsetData   | 1           | Смещение начала данных (размер заголовка)                  |
| sizeFile     | 4           | Размер файла (кол-во байт)                                 |
| compressMode | 1           | Режим сжатия (GZip, Deflate)                               |
| typeHashSum  | 1           | Тип хеш-суммы (MD5, SHA-1, ...)                            |
| valueHashSum | n           | Значение хеш-суммы (размер определяется по типу хеш-суммы) |

Класс TextHeader имеет такие же поля как FileHeader и дополнительное поле typeTextEncoding, представляющее кодировку внедряемого текста. Данное поле занимает 1 байт (т. е. в системе может быть до 256 различных кодировок текста). В данной системе текст можно представить такими кодировками: ASCII, UTF-8, WINDOWS-1251, CP866.

После представления данных в виде байтов, они проходят ряд преобразований (конвейер трансформации – pipeline transform). Сначала вычисляется контрольная хеш-сумма пользовательских данных, после этого байты сжимаются и шифруются. UML-диаграмма классов второго этапа показана на рисунке 4.

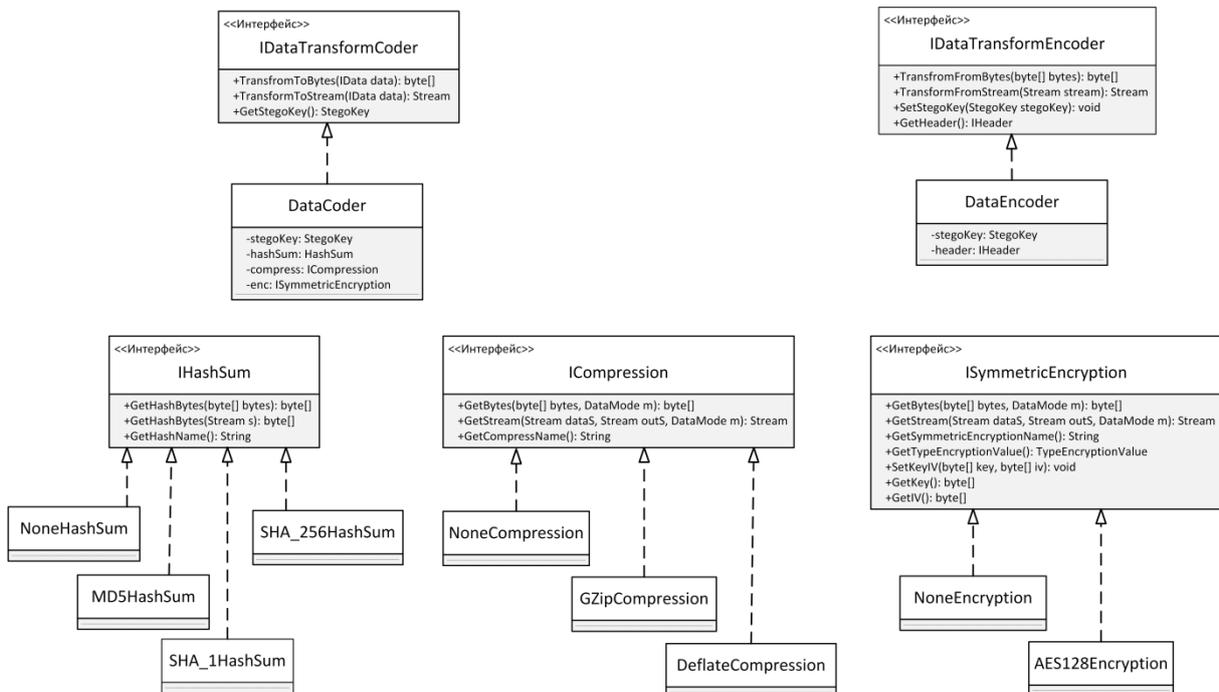


Рисунок 4 – Диаграмма классов второго этапа

Последний этап системы – это внедрение зашифрованных байтов в изображение.

В данной системе создано два интерфейса IStegoTransformEmbed (для внедрения данных в изображение) и IStegoTransformExtract (для извлечения данных из изображения).

Интерфейс IStegoTransformEmbed имеет два метода:

- EmbedFromBytes (внедрение из байтов);
  - EmbedFromStream (внедрение из потока);
- Метод EmbedFromBytes принимает следующие аргументы:

- int offset – первое смещение начала чтения первого пикселя;
- int maxDiffusion – максимальное значение рассеивания (до 250);
- byte[] bytes – данные для внедрения;
- Bitmap container – изображение, в которое будут внедряться данные;
- StegoKey key – стегоключ (см таб. 2).

UML-диаграмма классов заключительного этапа показана на рисунке 5. На рисунке 6 показана схема внедрения данных в изображение. На рисунках 7-8 показаны алгоритмы

внедрения/извлечения данных.

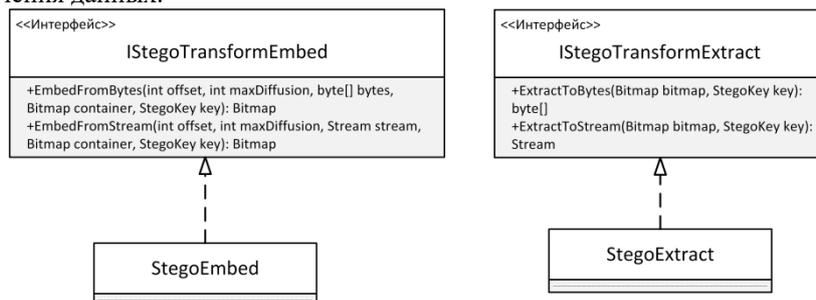


Рисунок 5 – Диаграмма классов заключительного этапа

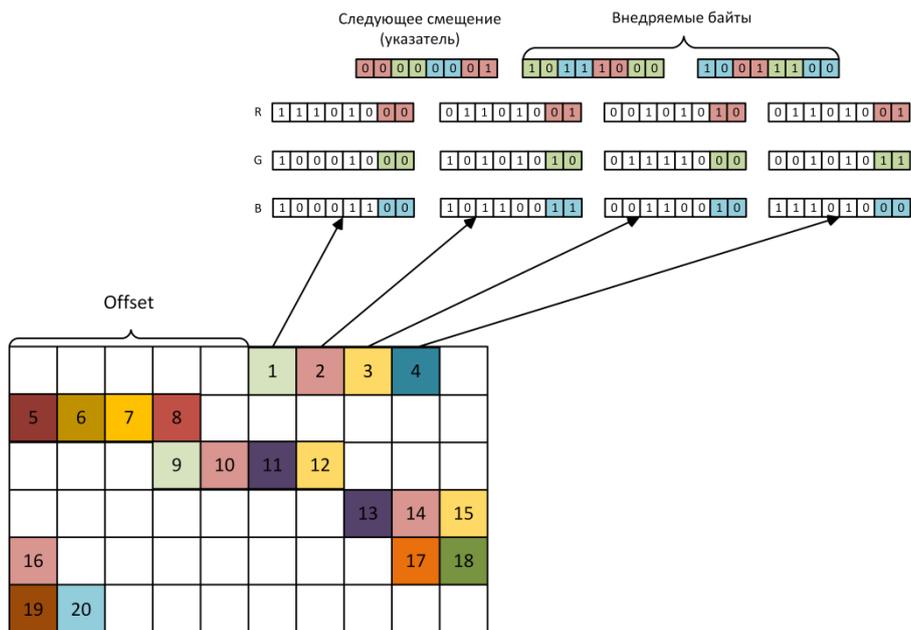


Рисунок 6 – Схема внедрения данных (9-10 байт) в растровое изображения используя метод LSB.

Алгоритм Встраивания информации

Вход: `offset` – первое смещение начала чтения первого пикселя  
`maxDiffusion` – максимальное значение рассеивания  
`bytes` – данные для внедрения  
`container` – растровое изображение для внедрения данных  
`key` – стегоключ

Выход: `result` – изображение со встроенными данными

Перевести изображение в поток пикселей (по строкам).  
 Заполнить стегоключ.

Пропустить заданное количество `offset` пикселей.

Если кол-во внедряемых байт (`реальныйРазмер`) – четное

То `размерБайтов` = `реальныйРазмер` - 2

Иначе `размерБайтов` = `реальныйРазмер` - 1

Пока (`текущаяПара` < `размерБайтов`)

Считать из потока 4 пикселя.

Сгенерировать случайное число – указатель на

следующие 4 пикселя.

Заменить последние два бита 4-х пикселей на указатель и два байта пользовательских данных.

Увеличить `текущаяПара` на два.

Если кол-во внедряемых байт (`реальныйРазмер`) – четное

То Заменить последние два бита 4-х пикселей на 254

и два байта заключающих данных.

Иначе (кол-во внедряемых байт - нечетное)

Заменить последние два бита 4-х пикселей на 255

и один байт заключающих данных.

Сформировать изображение из потока пикселей.

Вернуть сформированное изображение.

**Рисунок 7 – Алгоритм встраивания информации**

Алгоритм Извлечения информации

Вход: container – изображение с внедренными данными  
key – стегоключ

Выход: байты пользовательских данных

Перевести изображение в поток пикселей (по строкам).

Считать информацию из стегоключа.

Пропустить заданное количество offset пикселей.

Пока (текущаяПозицияПотока &lt; длинаПотока - 4)

Считать из потока 4 пикселя.

Преобразовать последние 2 бита считанных пикселей

в первый байт – указатель и два пользовательских данных.

Если указатель равен 255 или 254,

То Выйти из цикла

Записать два байта в поток.

Если указатель равен 255

То Записать один байт в поток.

Иначе Если указатель равен 254

То Записать два байта в поток.

Вернуть байты из потока.

**Рисунок 8 – Алгоритм извлечения информации**

Таблица 2. Структура класса StegoKey

| Имя поля           | Кол-во байт                 | Описание  |
|--------------------|-----------------------------|---|
| Offset             | 4                           | Первое смещение начала чтения (кол-во пикселей от начала) |
| EmbeddedMode       | 1                           | Режим встраивания данных в изображение                    |
| TypeEncryption     | 1                           | Тип симметричного алгоритма шифрования                    |
| SizeEncryption-IV  | 2                           | Размер вектора инициализации                              |
| SizeEncryption-Key | 2                           | Размер ключа шифрования                                   |
| IV                 | Указано в SizeEncryptionIV  | Вектор инициализации                                      |
| Key                | Указано в SizeEncryptionKey | Ключ шифрования   |

Из преимуществ стоит отметить, что данная система является расширяемой, например, можно добавить свой алгоритм сжатия или шифрования. Из недостатков – система не является быстродействующей.

**Выводы**

В статье проведен анализ существующих стегосистем, представлена структура разработанной программной системы, диаграммы классов, некоторые алгоритмы работы программной системы.

Система предоставляет возможность выбирать доступные алгоритмы обработки, которые затем будут записаны в стегоключ. Программную систему можно использовать для

различных пользователей. При этом для каждого пользователя настройки программы будут собственными (используемый алгоритм сжатия, используемая кодировка, симметричный алгоритм шифрования, однонаправленная хеш-функция), каждый будет работать со своим стегоключом.

**Литература**

1. Использование стеганографических и криптографических средств для защиты видеофайлов. А.В. Чернишова, Б.С. Маркин, Наукові праці ДонНТУ Серія “Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка”, №1(19), 2014, стр.46-49
2. Стеганография – актуальность в XXI веке // SeoCyber [Электронный ресурс]. – Режим

- доступа: <http://seocyber.net/steganografiya-aktualnost-v-xxi-veke>
3. DarkJPEG: стеганография для всех // Хабрахабр. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habrahabr.ru/post/187402/>
4. OpenStego // Github [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://github.com/syvaidya/openstego>
5. LSB-Steganography // Github [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://github.com/RobinDavid/LSB-Steganography>
6. LSB стеганография // Хабрахабр. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habrahabr.ru/post/112976/>
7. Краткая история кодировок от ASCII до UTF-8 // Popel-studio [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://popel-studio.com/blog/article/kratkaya-istoriya-kodirovok-ot-ascii-do-utf-8.html>
8. Контрольные суммы MD5 и SHA. // DesktoPlinux [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://desktoPlinux.ru/unix\\_guide/proverka\\_khesh\\_summy\\_md5\\_v\\_linux\\_md5sum](http://desktoPlinux.ru/unix_guide/proverka_khesh_summy_md5_v_linux_md5sum)
9. Алгоритмы сжатия данных без потерь // Хабрахабр [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habrahabr.ru/post/231177/>
10. Обзор алгоритмов Шифрования // Rohos [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.rohos.com/help/crypto\\_algorithms.htm](http://www.rohos.com/help/crypto_algorithms.htm)

*Егоров А.А., Чернышова А.В. Программная система встраивания информации в изображения с использованием стеганографических и криптографических алгоритмов. В статье описаны основные структуры и алгоритмы разработанной программной системы защиты информации с использованием стеганографических и криптографических алгоритмов. Приведен авторский алгоритм внедрения и извлечения данных при работе с изображением. Проанализированы характеристики популярных существующих программных средств.*

**Ключевые слова:** стеганография, ключ стего, LSB метод, криптография, MD5, AES, сжатие

*Yegorov A., Chernyshova A. Software system for embedding data inside images using steganographic and cryptographic algorithms. The article describes the main structures and algorithms of the developed information security software system that uses steganographic and cryptographic algorithms. The author's algorithm of data embedding and extraction for images is shown. We have analyzed the characteristics of the existing popular software tools.*

**Key words:** Steganography, stego key, LSB method, cryptography, MD5, AES, compression

Статья поступила в редакцию 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук А.С. Миненко

## Модели и инструментальные средства для комплексной оценки развития стран, регионов и городов

А.В.Звягинцева, Г.В. Аверин

Донецкий национальный технический университет  
anna\_zv@ukr.net, averin.gennadiy@gmail.com

*Звягинцева А.В., Аверин Г.В. «Модели и инструментальные средства для комплексной оценки развития стран, регионов и городов».* Показано, что основной путь решения проблемы комплексной оценки систем лежит в определении причинно-следственной взаимосвязи характерных событий. Основные направления и тенденции исследований в данной области связаны с накоплением и созданием обширных баз данных показателей состояния и развития систем, а также разработкой информационно-аналитических систем хранения, обработки и анализа данных. Предложен подход к модельному описанию количественной информации путем представления таблично-временных массивов данных наблюдений в виде сплошной информационной среды. Подобные модели данных и соответствующие инструментальные средства могли бы стать основой разработки научно-обоснованных методов и эффективных систем комплексной оценки социально-экономического развития стран, регионов и городов, отличающихся определенной универсальностью в прикладном плане. Отмечается, что многие из используемых на сегодняшний день в комплексной оценке индексов и рейтингов могут быть оценены с использованием предложенного метода, который основан на вероятностном анализе характерных значимых событий. Данный метод и соответствующие алгоритмы оценки могут быть применены к любой совокупности исходных показателей, однако с увеличением числа показателей свыше 5–7 существенно возрастает объем и время вычислений, что связано с анализом информации в многомерном пространстве. Практическое применение данного метода комплексной оценки и примеры расчета различных индексов указывают на возможность построения универсальной рейтинговой системы оценки социально-экономических объектов, как альтернативы известным методам и средствам, которые сегодня используются международными организациями, университетами и агентствами. Отмечается возможность создания web-ресурса открытого коллективного доступа с целью информационного обеспечения экспертов и аналитиков. Соответствующие модели могут быть реализованы в программном продукте анализа данных. При этом программный продукт должен интегрировать несколько приложений для хранения, представления, обработки и анализа данных. Разработанный метод и предлагаемые инструментальные средства могут быть использованы при изучении мировых тенденций и оценке приоритетов развития, сравнительном анализе и ранжировании стран, регионов и городов, установлении закономерностей и особенностей состояния объектов, определении новых индексов и рейтингов по различным аспектам развития, а также при разработке достоверных прогнозов на среднесрочную и долгосрочную перспективу.

**Ключевые слова:** социально-экономические системы, комплексная оценка, модели и инструментальные средства, индексы и рейтинги развития стран, регионов и городов

### Введение

Комплексная оценка состояния и развития социально-экономических систем охватывает разные области жизнедеятельности человека и существует на стыке многих областей знаний. В природно-антропогенных, социально-экономических и общественных системах могут реализовываться различные процессы и наблюдаться разные события.

Основной путь решения проблемы комплексной оценки систем лежит в определении причинно-следственной взаимосвязи событий. При этом следует ограничить использование экспертных методов, а основное

внимание при проведении оценки систем следует уделять феноменологическому анализу данных и вероятностей характерных сложных событий [1–12]. Основные направления и тенденции исследований в данной области связаны с накоплением и созданием все более обширных баз данных показателей состояния, изменения и развития социально-экономических систем, использованием методов анализа данных, созданием информационно-аналитических систем хранения, обработки и представления данных, а также развитием теоретических методов комплексной оценки [13–25].

Проблема комплексной оценки

социально-экономического и экологического развития стран, регионов и городов является одной из фундаментальных проблем глобалистики и урбанистики. Создание новых методов и средств комплексной оценки развития городов, регионов и стран, а также их объективное ранжирование по совокупности различных показателей может способствовать решению актуальной проблемы разработки достоверных прогнозов на среднесрочную и долгосрочную перспективу. Данные исследования в научно-прикладном плане тесно связаны с понятием так называемых «рейтинговых войн». Развитие комплексной оценки дает возможность исключить субъективные подходы при формировании рейтингов путем создания альтернативных индикативных и рейтинговых систем оценки развития городов и стран по самым различным аспектам.

Целью данной статьи является разработка новых методов комплексной оценки для создания методик и инструментальных средств ранжирования стран, регионов и городов по комплексу показателей.

Подобные методы и средства являются первым шагом к разработке научно-обоснованных методов и эффективных систем комплексной оценки социально-экономического развития стран и регионов и позволяют привлечь широкую научную общественность для анализа данных. Это создает условия для формирования новых знаний и качественного изменения ситуации в данной области. Принципиальным отличием таких систем является широкий доступ научной общественности к социально-экономической, экологической, демографической и другой статистической информации. Разработка и предоставление общественности подобных баз данных вместе со средствами анализа таких данных имеет большое значение, так как это является инструментом поддержки принятия управленческих решений, осуществляемых властью на государственном и региональном уровнях.

### **Методика анализа данных**

В последние годы в мире развиваются новые направления в области информационных систем. Объединение поисковых систем с базами статистических данных является перспективным путем развития информационно-аналитических систем. Сегодня уже можно привести примеры таких информационно-аналитических систем, например, Web-ресурсы [18, 22].

Для применения естественнонаучных методов анализа статистической информации необходимо предложить подходы, которые бы в своей основе не использовали экспертные

методы оценки разноплановой информации. Такие подходы могут быть реализованы на основе определения вероятностей событий, отражающих процессы развития стран, регионов и городов.

Массивы статистических данных часто имеют структуру таблиц в виде матриц «объекты – показатели», причем множество таблиц упорядочено по времени, например, годам, месяцам и т.д. В качестве показателей и индикаторов могут выступать как социально-экономические величины (численность населения, показатели ВВП и ВНП, доля городского населения, удельное потребление энергии и т.д.), так и характеристические величины социальных событий, например, младенческая и детская смертность, число убийств и тяжких преступлений, число заболеваний туберкулезом и т.д. В целом отметим, что возможно использование при оценке развития стран и регионов любых статистических данных, характеризующих социально-экономический, промышленный, финансовый, научно-технологический, военный, ресурсный или культурный потенциал.

Сформулируем разработанные методы комплексной оценки, которые основаны на определении вероятностей характерных событий [1 – 12].

Предположим, что определенная группа стран, регионов и городов в количестве  $m$  достоверно характеризуется  $n$  статистическими показателями или индикаторами  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Тогда в  $n$ -мерном пространстве координат  $H_n \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  каждый изучаемый объект будет отображаться  $n$ -мерной точкой. Определим  $H_n$  как пространство наблюдаемых состояний изучаемой системы объектов.

Каждой  $n$ -мерной точке  $M$  дополнительно может быть поставлена в соответствие статистическая вероятность наблюдения некоторого простого или сложного события, например, вероятность наблюдения одного показателя (индикатора, события), не входящего в перечень  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , или совместного (одновременного) наблюдения двух и более показателей, входящих в данный перечень.

Такой подход позволяет искать связи и закономерности не между показателями, а между вероятностями наблюдения различных событий, свойственных изучаемому массиву статистических данных. При данном подходе основной объект моделирования – это состояние объекта (страны, региона или города), которое может характеризоваться многомерным эмпирическим распределением.

В этом плане первой основой для характеристики состояния является

количественная определенность объекта, связанная с его свойствами, которые выражаются через параметры показателей  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Второй основой для характеристики состояния является качественная определенность объекта, которая отражена во множестве наблюдаемых событий и их характеристических случайных величин. Это позволяет гипотетически ввести в рассмотрение две величины для характеристики состояния системы в каждой элементарной области пространства  $H_n$ : статистическую вероятность совместных событий  $w(p_1, p_2, \dots, p_n)$ , связанных с наблюдением некоторой совокупности показателей, и комплексный индекс  $T = T(p_1, p_2, \dots, p_n)$  – скалярную величину, характеризующую состояния данного класса объектов и отражающую результат моделирования.

Определение статистической вероятности совместных событий  $w$  основывается на алгоритмической оценке вероятности в группе всех изучаемых объектов [12]. В свою очередь, комплексный индекс  $T = T(p_1, p_2, \dots, p_n)$  в области  $H_n$  представляется в виде функциональных зависимостей относительно всех  $n$  показателей  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Основная гипотеза исследования связана с возможностью создания для описанных выше массивов статистических данных феноменологических моделей, отличающихся многомерным полемым представлением пространства состояний  $H_n$ , а также существованием скалярных полей распределений вероятности характерных событий. С этой целью предполагается, что вероятность  $w(p_1, p_2, \dots, p_n)$  в пространстве  $H_n$  образует скалярное поле. Считается также, что в области  $H_n$  на основе комплексного индекса  $T = T(p_1, p_2, \dots, p_n)$  может быть построена модель, которая формирует еще одно скалярное поле, называемое средой моделирования. Далее для любого процесса развития  $l$  вблизи точки  $M$  постулируется связь вида,  $dw = c_l \cdot dT$ , где  $c_l$  – величины, которые являются функциями процесса. Величины  $c_l$  могут быть определены по имеющимся статистическим данным. Таким образом, предлагаемая методология тесно связана с методом моделирования, принятым в термодинамике, сущность которого заключается в том, что по опытным данным формируются феноменологические модели, описывающие с необходимой точностью поведение определенного класса объектов [1, 3, 12].

Данный подход позволяет сформулировать принцип существования энтропии и потенциала состояния объектов, при

условии справедливости принятых выше гипотез [3 – 5, 7, 12]. Энтропия и потенциал являются криволинейными координатами в многомерном пространстве состояний  $H_n$ . Нелинейное преобразование координат  $p_1, p_2, \dots, p_n$  относительно этих функций позволяет преобразовать исходное вероятностное пространство в линейное пространство, в котором функции состояния как координаты обладают свойством аддитивности. Все это дает возможность объективно оценить статус объекта в иерархическом множестве объектов одного класса и провести его многопараметрическое ранжирование.

Энтропия и потенциал являются функциями состояния при справедливости условия существования скалярного поля статистической вероятности  $w$ . Их изменение зависит только от начального и конечного состояния объекта в процессе его развития и не зависит от пути его перехода между этими состояниями.

Отличительной особенностью подхода является то, что исходные гипотезы могут быть приняты или отвергнуты на основе обработки имеющихся статистических данных.

Покажем на примере, как данная методика может быть использована при оценке человеческого развития стран и регионов. Оценку будем проводить по четырем атрибутивным показателям развития общества.

На основе переменных  $p_1, p_2, p_3, p_4$  сформируем четырехмерное пространство координат  $H_4\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ , в котором возможные состояния изучаемой системы (все объекты – регионы России или страны мира) теоретически образуют область  $H_4$ , охватывающую все наблюдаемые статистические точки.

Предположим непрерывность многомерной области  $H_4$ . Это означает, что в пространстве состояний  $H_4$  существует бесконечное множество состояний для некоторой генеральной совокупности объектов (регионов) и точки состояний  $M(p_1, p_2, p_3, p_4)$  непрерывно заполняют это пространство. Будем также считать, что опытные точки из базы данных являются ограниченной выборкой наблюдений из данной генеральной совокупности.

Рассмотрим сложное совместное событие одновременного наблюдения указанных выше четырех показателей и определим, что состояние каждого региона может оцениваться данным наблюдаемым событием. Найдем статистическую вероятность этого события на основе опытных данных, которые имеются в

базе данных, например [16], с использованием алгоритмов перебора, группировки и подсчета частот благоприятных событий [1, 12]. Считаем данную статистическую вероятность вероятностью состояния изучаемой системы. Эта статистическая вероятность  $w$  подсчитывается во всей группе объектов.

Предположим, что в области  $H_4$  можно задать комплексный индекс в виде функции  $T(p_1, p_2, p_3, p_4)$ , на основе которой будет формироваться математическая модель вероятностного пространства.

При справедливости принятых выше гипотез феноменологические описания данных, представленных таблично-временными массивами информации, тесно связаны с уравнениями Пфаффа вида [12]:

$$dw = c_1 \cdot \frac{\partial T}{\partial p_1} dp_1 + \dots + c_4 \cdot \frac{\partial T}{\partial p_4} dp_4. \quad (5)$$

Введение функции  $T(p_1, p_2, p_3, p_4)$  необходимо для построения теоретических моделей описания данных (состояний регионов). Вид уравнения Пфаффа при постоянных величинах  $c_k$  зависит от вида функции  $T$ . Так как изучается распределение статистической вероятности, то можно представить эту функцию в виде меры относительных изменений:

$$T = \frac{P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4}{P_{10} \cdot P_{20} \cdot P_{30} \cdot P_{40}}, \quad (6)$$

где  $P_{k0}$  – некоторые опорные значения исходных показателей. Для анализа данных следует предложить некоторую опорную точку  $M_0(p_{10}, p_{20}, p_{30})$  и состояния всех остальных регионов или стран соотнести с этой точкой.

Из решения уравнения (5) можно получить, что полный дифференциал энтропии состояния  $ds$  после интегрирования будет представлен функцией вида [1 – 3]:

$$s - s_0 = c_1 \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_{10}}\right) + \dots + c_4 \cdot \ln\left(\frac{P_4}{P_{40}}\right). \quad (7)$$

Также для этого уравнения в многомерном пространстве  $H_4$  существует общий потенциал вида  $P(p_1, p_2, p_3, p_4) = C$ , который представляет собой поверхность, ортогональную линиям энтропии:

$$P - P_0 = \frac{P_1^2 - P_{10}^2}{c_1} + \dots + \frac{P_4^2 - P_{40}^2}{c_4}. \quad (8)$$

Потенциал  $P$  может быть принят в качестве обобщенного критерия для комплексной оценки состояния регионов в многомерном пространстве  $H_4$  по выбранным социально-экономическим показателям.

Обычно по четырем показателям (валовый внутренний продукт, продолжительность жизни и два показателя в сфере образования) оценивают индекс человеческого развития стран и регионов.

Подобная комплексная оценка была проведена авторами статьи на основе предложенных методов в статьях [1, 3, 6, 7].

### **Практическое применение методов комплексной оценки**

Сегодня в открытом доступе имеется информация о более чем 30 основных индексах развития и более 20 видах рейтингов развития стран. Наиболее известны среди них:

Индекс развития человеческого потенциала (UNDP);

Индексы и рейтинги демократии (FreedomHouse);

Индекс международной безопасности (International Security Index);

Индекс и рейтинг экологической эффективности стран мира (Environmental Performance Index),

Индекс уровня глобализации городов (Global Cities Index),

рейтинг «зеленых» городов мира (Green City Index) и др.

В разных методиках при расчете индексов применяется от трех и более индикаторов, позволяющих оценить развитие стран или регионов. Для примера в таблице 1 приведены некоторые международные индексы для оценки развития стран, регионов и городов мира, построенные на основе использования социально-экономических индикаторов.

Указанные индексы имеют доступные методики и базы данных показателей, которые применяются при их определении.

Многие из перечисленных индексов могут быть оценены с использованием предложенных методов комплексной оценки, которые основаны на вероятностном анализе характерных событий.

Авторами на примерах были показаны возможности оценки:

индекса человеческого развития стран мира [1, 8] и регионов России [26],

международного индекса счастья [26],

индекса развития городов [26],

комплексного индекса загрязнения атмосферного воздуха [6],

ранжирования стран Европы по экологическим показателям [5] и т.д.

Практическое применение данных методов комплексной оценки и расчета различных индексов указывает на возможность построения универсальной рейтинговой системы оценки социально-экономических объектов.

### **Создание Web-ресурсов для оценки индексов развития стран, регионов и городов**

Для оценки развития стран и регионов можно создать открытую рейтинговую систему, как альтернативу для существующих методов и средств, применяемых международными организациями и университетскими агентствами. Для этого следует разработать Web-ресурс открытого коллективного доступа для информационного обеспечения деятельности экспертов и аналитиков. Это позволит предложить информационные средства для определения 7–10 известных индексов и рейтингов развития стран и городов как альтернативу существующим системам.

Предлагаемые методы и алгоритмы основаны на представлении данных в виде гипотетической сплошной информационной среды, а также применении гипотезы существования информационной меры для комплексной оценки совокупности табличных данных в виде поля вероятностей совместных событий, связанных с одновременным наблюдением параметров изучаемых объектов.

Данный подход относится к интеллектуальному анализу данных (ИАД), изложен в работах [1, 8, 12, 10] и основан на создании вероятностных моделей.

В основу таких моделей могут быть положены алгоритмы статистической оценки вероятностей состояний систем. Соответствующие вероятности определяются по массивам данных для сложных событий одновременного наблюдения нескольких показателей, которые индикативно отражают развитие стран, регионов или городов.

Предложенные метод и алгоритмы комплексной оценки могут быть применены к любой совокупности исходных показателей, однако, как показывают расчеты, с увеличением числа показателей свыше 5–7 существенно возрастает время работы алгоритмов ИАД при анализе информации в многомерном пространстве.

В целом трудоемкость метода определяется необходимостью построения множества моделей для оценки вероятностей самых разных событий. Соответствующие метод и алгоритмы могут быть реализованы в программных продуктах, связанных с анализом данных. Работая с такими инструментальными средствами, эксперты и аналитики могут не только оценивать индексы, но искать закономерности в данных.

Подобный программный продукт должен интегрировать несколько приложений для хранения, анализа и обработки данных, а именно:

- базу данных, наполняемую информацией международных организаций (таблица 1);
- приложение, которое обеспечивает ввод и импорт данных, а также преобразование входных данных в собственный формат, удобный для работы (при этом информация должна быть структурирована по общей форме и интегрирована в единый массив данных);
- приложение для анализа данных, которое позволяет осуществить визуализацию данных, их предварительный анализ, провести исследование данных с использованием аналитических алгоритмов, осуществить расчеты индексов в многомерном пространстве и определить рейтинги развития стран, регионов и городов;
- интерфейс для взаимодействия сервисов и работы программной системы.

Исходя из сказанного выше видно, что разработка математического обеспечения и программного продукта для комплексной оценки стран, регионов и городов вполне реальна и уже стоит на повестке дня.

### **Выводы**

Предложенные методы и инструментальные средства могут быть использованы при изучении мировых тенденций развития, сравнительном анализе стран, регионов и городов, оценке приоритетов развития, установлении закономерностей и особенностей развития объектов, определении новых различных индексов и рейтингов по различным аспектам развития.

Все это позволит привлечь к анализу данных экспертов и аналитиков в области глобалистики, охраны окружающей среды и мирового развития.

Таблица 1. – Перечень и краткая характеристика  
некоторых международных индексов для оценки развития стран

| Название   | Краткая характеристика   | Адрес доступа   |
|--|--|---|
| Индекс развития человеческого потенциала (UNDP)                    | Составной индекс, определяемый ежегодно Программой развития ООН  | <a href="http://hdr.undp.org/en/data">http://hdr.undp.org/en/data</a>   |
| Индекс восприятия коррупции (Corruption Perceptions Index, CPI)    | Индекс оценки коррупции на глобальном и региональном уровнях составляется международной организацией Transparency International на основе 13 исследований мнений экспертов и бизнесменов   | <a href="http://www.transparency.org/cpi2012/">http://www.transparency.org/cpi2012/</a>   |
| Индекс демократии (Economist Intelligence Unit)                    | Индекс оценки демократии по 60 сгруппированным в 5 категорий показателям   | <a href="http://www.eiu.com/public/topical_report.aspx?campaignid=DemocracyIndex2011">http://www.eiu.com/public/topical_report.aspx?campaignid=DemocracyIndex2011</a> |
| Индекс уровня глобализации городов (Global Cities Index)           | Экспертный индекс составляется политологическим журналом Foreign Policy совместно с компанией A.T. Kearney и институтом The Chicago Council on Global Affairs  | <a href="http://www.atkearney.com/research-studies/global-cities-index">http://www.atkearney.com/research-studies/global-cities-index</a>                             |
| Индекс Глобализации Швейцарского технологического института Цюриха | Индекс оценивает параметры глобализации 158 стран мира по категориям: социальная, экономическая и политическая глобализация  | <a href="http://globalization.kof.ethz.ch/">http://globalization.kof.ethz.ch/</a>   |
| Индекс легкости ведения бизнеса (Ease of Doing Business)           | Глобальное исследование Всемирного банка по показателю свободы ведения бизнеса (анализируется 185 стран по 11 категориям показателей)  | <a href="http://www.doingbusiness.org/">http://www.doingbusiness.org/</a>   |
| Индекс международной безопасности (International Security Index)   | Индекс для оценки глобальной безопасности  | <a href="http://pircenter.org/en/static/international-security-index-isi">http://pircenter.org/en/static/international-security-index-isi</a>                         |
| Международный индекс счастья                                       | Индекс отражает благосостояние людей и состояние окружающей среды.   | <a href="http://www.neweconomics.org/">http://www.neweconomics.org/</a>   |
| Индекс глобальной конкурентоспособности (GCI)                      | Отражает условия ведения бизнеса и общую конкурентоспособность экономик 140 стран мира (индекс Всемирного экономического форума, WEF); состоит из 12 групп показателей, где 2/3 – результаты опроса руководителей бизнеса, 1/3 – статданные                                | <a href="http://www.weforum.org/reports/global-competitiveness-report-2014-2015">http://www.weforum.org/reports/global-competitiveness-report-2014-2015</a>           |
| Рейтинг несостоятельности государства (Failed States Index)        | Рейтинг отражает способность властей контролировать целостность страны, а также демографическую, политическую и экономическую ситуацию в стране.   | <a href="http://global.fundforpeace.org/">http://global.fundforpeace.org/</a>   |
| Рейтинг репутации стран мира (The Country RepTrak)                 | Рейтинг, оценивающий репутацию различных стран мира. Проводится международной консалтинговой компанией Reputation Institute.   | <a href="http://www.reputationinstitute.com/thought-leadership/country-reptrak">http://www.reputationinstitute.com/thought-leadership/country-reptrak</a>             |
| Рейтинг военных армий государств мира                              | Рейтинг 106 стран по 50 показателям вооруженных сил  | <a href="http://www.globalfirepower.com">http://www.globalfirepower.com</a>   |
| Индекс экономической свободы                                       | Индекс оценивает наложенные на бизнес ограничения, рассчитывается The Heritage Foundation в партнерстве с The Wall Street Journal на основе 10 компонентов экономической свободы, комбинирующих количественные и качественные показатели, сгруппированные в 4-е категории. | <a href="http://www.heritage.org/">http://www.heritage.org/</a>   |
| Индекс легкости ведения бизнеса                                    | Индекс отражает оценку факторов благоприятствования ведения бизнеса (с акцентом на сегменты малого и среднего) на основе анализа 11 групп количественных показателей (индекс Всемирного банка)   | <a href="http://www.worldbank.org/">http://www.worldbank.org/</a>   |

**Литература**

1. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Konstantinov I.S. and Ivashchuk O.A., 2015. Data Intellectual Analysis Means Use for Condition Indicators Assessment of the Territorial and State Formations. *Research Journal of Applied Sciences*, 10(8): 411 – 414.
2. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Стратегическая оценка статуса Украины в современном мире по данным международных организаций. Часть 1: Теория и методика оценки // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. Донецк: Друк-инфо, 2012. – №1(2) – 2(4). С. 75 – 92. – Электр. ресурс. URL: <http://sait.csm.donntu.org> (07.05.16).
3. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. Стратегическая оценка статуса Украины в современном мире по данным международных организаций. Часть 2: Примеры анализа и результаты // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. Донецк: Друк-инфо, 2013. – №1(4) – 2(5). С. 46 – 55. – Электр. ресурс. URL: <http://sait.csm.donntu.org> (07.05.16).
4. Звягинцева А.В. Комплексная оценка природно-антропогенных систем: предложения по развитию методологии // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. Донецк: Друк-инфо, 2013. – № 1(4)–2(5)/ С. 62 – 74. – Электр. ресурс. URL: <http://sait.csm.donntu.org>.
5. Звягинцева А.В. О вероятностном анализе данных наблюдений о состоянии природно-антропогенных систем в многомерных пространствах // Научные ведомости БелГУ, серия «Экономика. Информатика». 2016. №2 (223). Выпуск 37. Белгород. С. 93 – 100.
6. Звягинцева А.В. Моделирование загрязнения атмосферного воздуха городов России на основе определения вероятности неблагоприятных событий // Научные ведомости БелГУ, серия «Экономика. Информатика». 2016. Выпуск 38. Белгород.
7. Zviagintseva A.V. Multiparameter ranking of areas based on the analysis of data about the condition of natural and anthropogenic systems // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. 2014. 1(6)–2(7). С. 76 – 83. – Электр. ресурс. URL: <http://sait.csm.donntu.org>.
8. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Применение методов интеллектуального анализа данных при оценке развития Украины // Геотехническая механика, Выпуск 112. 2013. С. 257 – 270.
9. Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V. and Tarasova O.A. 2015. The Development of Multi-Dimensional Data Models Based on the Presentation of an Information Space as a Continuum. *International Journal of Soft Computing*, 10 (6): 458 – 461.
10. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Некоторые принципы создания феноменологических теорий в предметных областях // Знания-Онтологии-Теории (ЗОНТ-2015). Материалы Всероссийской конференции с международным участием. Новосибирск, Институт математики им. С.Л. Соболева. 2015. – С. 8 – 16.
11. Звягинцева А.В. Оценка опасности загрязнения атмосферного воздуха промышленных городов Украины // Геотехнічна механіка. Випуск 109. Дніпропетровськ, 2013. – С. 233 – 243.
12. Аверин Г.В. Системодинамика. Донецк: Донбасс, 2014. – 405 с.
13. Доклады о человеческом развитии (1990 – 2015 гг.). – Электр. ресурс. URL: <http://hdr.undp.org/en/reports/> (25.04.16).
14. Доклад о человеческом развитии 2010. «Реальное богатство народов: пути к развитию человека» / Пер. с англ.; ПРООН. – М.: Весь Мир, 2010. – 228 с. Электр. рес. URL: [http://www.un.org/ru/development/hdr/2010/hdr\\_2010\\_complete.pdf](http://www.un.org/ru/development/hdr/2010/hdr_2010_complete.pdf) (04.05.16).
15. Доклад о человеческом развитии 2015. «Труд во имя человеческого развития». / Пер. с англ.; ПРООН. – М.: Весь Мир, 2015. – 48 с. Электр. рес. URL: [http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr15\\_standalone\\_overview\\_ru.pdf](http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr15_standalone_overview_ru.pdf).
16. Программа развития ООН: Развитие человеческого потенциала в регионах России в 2013 году. Электр. рес. URL: <http://gtmarket.ru/news/2013/06/17/6014> (27.04.16)
17. Доклад о мировом развитии. Пер. с англ. публикации Всемирного банка: 2000 – 2015 гг. М.: Весь мир. Электр. рес. URL: <http://www.vesmirbooks.ru/books/reports/wdr/>, [www.worldbank.org](http://www.worldbank.org) (28.04.16).
18. База данных социально-экономических и финансовых процессов. Электр. ресурс URL: <https://www.quandl.com> (12.04.16).
19. Ежегодник состояния загрязнения атмосферы в городах на территории России за 2013 г. 2014. С.-Пб., ООО РИФ «Д'Арт», 231 с.
20. Качество воздуха в крупнейших городах России за 10 лет 1998 – 2007 гг. Аналитический обзор. С.-Пб. 2009. – 134 с.
21. Международный индекс счастья // <http://www.happyplanetindex.org/> (12.05.16).
22. База данных индикаторов развития стран мира Всемирного банка: <http://data.worldbank.org/>.
23. Международный Интернет-ресурс о развитии стран мира: <http://www.tradingeconomics.com/>.
24. Артюхов В.В., Мартынов А.С. Системная методология оценки устойчивости природно-антропогенных комплексов: теория, алгоритмы, количественные оценки. 2013. –

- 142 с. – Электр. ресурс. URL: <http://www.sci.aha.ru/ots/Metodology.pdf>, [www.sci.aha.ru](http://www.sci.aha.ru) (23.04.16).
25. Александрова Л.В., Васильев В.Ю., Дмитриев В.В. и др. Многокритериальные географо-экологические оценки состояния и устойчивости природных и урбанизированных систем. // Под ред. В.В. Дмитриева и Н.В. Хованова. – Деп. ВИНТИ № 2342В00, 2000. – 275 с.
26. Zvyagintseva A.V. Establishing an open access rating web-system for assessing the development of cities and countries around the world // Сетевой журнал «Научный результат». Серия «Информационные технологии». – Т.1, №1(1), 2016. С. 18 – 23. – Электр. рес. URL: <http://rr.bsu.edu.ru/images/issue7/IT/it3.pdf> (15.05.2016).

*Zvyagintseva A.V. Averin G.V. “Models and tools for the countries, regions and cities development comprehensive assessment”. It is shown that the main way to solve the problem of the systems comprehensive assessment is to determine the cause-and-effect relationship of representative events.*

*The main directions and tendencies of research in this field are connected with the accumulation and creation of vast databases of the systems state and development indices, as well as with the development of informational-analytical storage, processing and analysis systems. The way of numeric information model description by means of representing table-time data arrays of the research in the form of solid information environment is suggested. Similar data models and corresponding tools could become the basis for the development of scientifically substantiated methods and efficient systems of comprehensive analysis of social-economic development of countries, regions and cities, characterized by certain applicational versatility. It is noted that most indices and ratings used presently in the comprehensive assessment can be evaluated using this method, which is based on the probabilistic analysis of representative events. This method and corresponding assessment algorithms can be applied to any aggregate base values. However, with more than 5-7 values the volume and time of calculations rises significantly, which is connected with the information analysis in multidimensional space. Practical application of this comprehensive analysis method and examples of various indices calculations denote that there is a possibility to create a universal system of rating assessment of social-economical objects as an alternative to the known methods and means, used nowadays by international organizations, universities and agencies. The possibility to build a web-resource of open collective access designed to supply experts and analysts with information is mentioned. The corresponding models can be realized in the software product of data analysis. This software product must unite several applications of data storage, representation, processing and analysis. The developed method and suggested tools can be used during the study of the world tendencies and assessment of development priorities, comparative analysis and countries, regions and cities grading, identification of predicted patterns and peculiarities of objects conditions, definition of new indices and ratings by various development aspects, as well as development of credible sort-term and long-term forecasts.*

*Social-economic systems, comprehensive assessment, models and tools, indices and ratings of countries, regions and cities development*

**Звягінцева Г.В., Аверін Г.В. «Моделі та інструментальні засоби для комплексної оцінки розвитку країн, регіонів і міст».** Показано, що основним шляхом вирішення проблеми комплексної оцінки систем є визначення причинно-наслідкового взаємозв'язку характерних подій. Основні напрямки і тенденції досліджень в даній області пов'язані з накопиченням і створенням великих баз даних показників стану та розвитку систем, а також розробкою інформаційно-аналітичних систем зберігання, обробки і аналізу даних. Запропоновано підхід до модельного опису кількісної інформації шляхом подання таблично-тимчасових масивів даних спостережень у вигляді суцільного інформаційного середовища. Подібні моделі даних і відповідні інструментальні засоби могли би стати основою розробки науково-обґрунтованих методів і ефективних систем комплексної оцінки соціально-економічного розвитку країн, регіонів і міст, які відрізняються певною універсальністю в прикладному плані. Відзначається, що чимало з використовуваних на сьогоднішній день в комплексній оцінці індексів і рейтингів може бути оцінено з використанням запропонованого методу, який засновано на імовірнісному аналізі характерних значимих подій. Даний метод і відповідні алгоритми оцінки можуть бути застосовані до будь-якої сукупності вихідних показників, однак зі збільшенням числа показників понад 5 – 7 істотно зростає обсяг і час обчислень, що пов'язано з аналізом інформації в багатовимірному просторі. Практичне застосування даного методу комплексної оцінки і приклади розрахунку різних індексів вказують на можливість побудови універсальної рейтингової системи оцінки соціально-економічних об'єктів, як альтернативи відомим методам і засобам, які сьогодні використовуються міжнародними організаціями, університетами та агентствами. Відзначається можливість створення web-ресурсу відкритого колективного доступу з метою інформаційного забезпечення експертів і аналітиків. Відповідні моделі можуть бути реалізовані в програмному продукті аналізу даних. При цьому програмний продукт повинен

інтегрувати кілька додатків для зберігання, подання, обробки і аналізу даних. Розроблений метод і запропоновані інструментальні засоби можуть бути використані при вивченні світових тенденцій та оцінці пріоритетів розвитку, порівняльному аналізі та ранжируванні країн, регіонів і міст, при встановленні закономірностей та особливостей стану об'єктів, визначенні нових індексів і рейтингів за різними аспектами розвитку, а також при розробці достовірних прогнозів на середньострокову та довгострокову перспективу.

**Звягинцева А.В., Аверин Г.В.** «*Модели и инструментальные средства для комплексной оценки развития стран, регионов и городов*». Показано, что основной путь решения проблемы комплексной оценки систем лежит в определении причинно-следственной взаимосвязи характерных событий. Основные направления и тенденции исследований в данной области связаны с накоплением и созданием обширных баз данных показателей состояния и развития систем, а также разработкой информационно-аналитических систем хранения, обработки и анализа данных. Предложен подход к модельному описанию количественной информации путем представления таблично-временных массивов данных наблюдений в виде сплошной информационной среды. Подобные модели данных и соответствующие инструментальные средства могли бы стать основой разработки научно-обоснованных методов и эффективных систем комплексной оценки социально-экономического развития стран, регионов и городов, отличающихся определенной универсальностью в прикладном плане. Отмечается, что многие из используемых на сегодняшний день в комплексной оценке индексов и рейтингов могут быть оценены с использованием предложенного метода, который основан на вероятностном анализе характерных значимых событий. Данный метод и соответствующие алгоритмы оценки могут быть применены к любой совокупности исходных показателей, однако с увеличением числа показателей свыше 5 – 7 существенно возрастает объем и время вычислений, что связано с анализом информации в многомерном пространстве. Практическое применение данного метода комплексной оценки и примеры расчета различных индексов указывают на возможность построения универсальной рейтинговой системы оценки социально-экономических объектов, как альтернативы известным методам и средствам, которые сегодня используются международными организациями, университетами и агентствами. Отмечается возможность создания web-ресурса открытого коллективного доступа с целью информационного обеспечения экспертов и аналитиков. Соответствующие модели могут быть реализованы в программном продукте анализа данных. При этом программный продукт должен интегрировать несколько приложений для хранения, представления, обработки и анализа данных. Разработанный метод и предлагаемые инструментальные средства могут быть использованы при изучении мировых тенденций и оценке приоритетов развития, сравнительном анализе и ранжировании стран, регионов и городов, установлении закономерностей и особенностей состояния объектов, определении новых индексов и рейтингов по различным аспектам развития, а также при разработке достоверных прогнозов на среднесрочную и долгосрочную перспективу.

**Ключевые слова:** *социально-экономические системы, комплексная оценка, модели и инструментальные средства, индексы и рейтинги развития стран, регионов и городов*

Статья поступила в редакцию 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук А.С. Миненко

УДК 004.942

## Информационные технологии при моделировании и распознавания лица человека по его мимическим изображениям

А.С. Миненко

Донецкий национальный технический университет  
sam\_dntu@i.ua

*Миненко А.С. Информационные технологии при моделировании и распознавания лица человека по его мимическим изображениям. Работа посвящена разработке методов, моделей, алгоритмов и компьютерных средств, для моделирования и распознавания эмоциональной и артикуляционной составляющей при речеобразовании на фотографических изображениях лица и трехмерных моделях головы человека для воспроизведения и распознавания жесткой речи. Ключевые слова: аппроксимация, мимические проявления, эмоции, алгоритм, сплайн-аппроксимация.*

### Введение

Математические методы и компьютерные технологии анализа и синтеза лица человека, эмоции на нем исследуются и разрабатываются в ведущих научных организациях мира, в частности, в Массачусетском технологическом институте, Оксфордском, Кембриджском, Стэнфордском, Московском, Санкт-Петербургском университетах, др. В Украине исследованием таких проблем занимаются в Донецком институте проблем искусственного интеллекта, Институте кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, Международному научно-учебном центре информационных технологий и систем НАН Украины и Министерстве образования и науки Украины, Киевском национальном университете имени Тараса Шевченко и других учреждениях.

Приведем обзор теорий, которые объясняют механизмы возникновения и проявления эмоций [1-5].

### Использование контурных моделей на базе NURBS-кривых для анализа мимических проявлений эмоций

Для анализа мимических проявлений эмоций, имея в виду формальную модель эмоций состояния человека, предлагается оригинальная технология. Основная ее идея заключается в том, чтобы предложить алгоритм автоматического получения гибких шаблонов (на базе NURBS-кривых) контуров бровей, глаз и рта. Для построения этих шаблонов нужно предложить.

– метод который даёт возможность выделить наиболее важные части лица человека, а именно: нос, брови, глаза, губы и щеки.

– алгоритм получения точечных кривых, которые соответствуют контурам лица, которые будут анализироваться;

– алгоритм аппроксимации полученных точечных кривых с помощью NURBS-кривых;

– алгоритм анализа мимических проявлений эмоций используется в качестве пространства векторное пространство, построенный с помощью координат управляющих точек NURBS-кривых, которые есть гибкими шаблонами контуров бровей, глаз и рта.

### Определение опорных точек рта

Для воспроизведения открывания рта необходимо точно определить его положение. Крайние точки можно найти программными методами, но существуют модели голов, в которых распознать их с необходимой точностью достаточно сложно. Сделаем это в ручную, что не потребует много времени и не будет давать значительных погрешностей. Обозначим их соответственно  $(x_n, y_n)$  – крайняя справа и  $(x_l, y_l)$  – крайняя левая точки. С помощью этих двух точек будем определять все части лица.

### Построение части профиля, которая проходит через нос

При построении профиля носа используем несколько особенностей, которые определяют его среди всех частей лица:

- со всех точек лица высшая точка по  $z$  находится на носу;
- при движении вдоль профиля от рта до носа мы наталкиваемся на стремительный перепад высот, который определит начало профиля носа;
- нос переходит в лоб, причем, если отойти от профиля уменьшая или увеличивая абсциссу  $x$ , то наблюдается уменьшение координаты  $z$ , но когда мы доберемся лба, то координата  $z$  или не уменьшится, или это уменьшение будет незначительным.

**Нахождение начальной точки.** С начала возьмем точку, которая находится посередине рта  $(\frac{x_n + x_l}{2}, \frac{x_n + y_l}{2})$ . Отметим, что эта точка находится на профиле головы.

**Нахождение начала профиля носа.** Начнем движение от начальной точки по направлению увеличения ординаты  $y$ , проверяя при этом изменение координаты  $z$ . Таким образом, дойдем до некоторой точки, в окрестности которой начнет резко увеличиваться координата  $z$  (то есть  $z_{yy} > z_{y21}$  - некоторое пороговое значение, которое определяется на практике; в разработанном программном продукте используется значение  $z_{y21}=2.5$ ). Эта точка и определит начало профиля носа.

**Нахождение верхушки носа.** Верхушку определим продолжая двигаться в направлении увеличения ординаты  $y$  пока  $z'_y > 0$ , то есть пока увеличивается координата  $z$ . Искомая точка находится по условиям  $z'_y(x, y + \lambda) < 0$ ,  $z'_y(x, y - \lambda) > 0$  Нахождение конца профиля носа

Далее воспользуемся свойством носа. Начнем исследовать склоны с профилем, который определяется значениями  $z'_x(x - \delta, y)$ ,  $z'_x(x + \delta, y)$ .

Условия  $z'_y(x - \delta, y) > z_{x11}$ ,  $z'_y(x + \delta, y) < z_{x11}$  (где  $z_{x11}$  - некоторое пороговое значение  $z'_x(x, y)$ , которое определяет тангенс угла наклона;  $z_{x11} = 0.5$ ) характеризуют наличие склонов.

Двигаясь в направлении увеличения ординаты  $y$  доберемся до точки для которой  $z'_x(x - \delta, y) > \varepsilon$ ,  $z'_x(x + \delta, y) < \varepsilon$ ,  $z'_x(x - \delta, y + \lambda) < \varepsilon$ ,  $z'_x(x + \delta, y + \lambda) > \varepsilon$ . Точка  $(x, y)$  есть искомой.

Обозначим ее  $(x_{ня}, y_{ня})$ .

### Построение границы носа

На предыдущем шаге был определен профиль носа, используя склоны на абсциссе  $x$ . Теперь используя их определим границу носа.

Начнем движение с точки  $(x_{ня}, y_{ня})$ , которая представляет собой точку перехода носа в лоб, вдоль профиля по направлению уменьшения ординаты  $y$  с шагом  $\delta$ .

Рассмотрим  $k$ -й шаг.  $x_k = x_{ня}, y_k = y_{ня} - k\lambda$

$(x_k, y_k)$  - точка профиля.

Зафиксируем ординату  $y$  и начнем с шагом  $\delta$  уменьшать абсциссу  $x$ , наблюдая за величиной  $z'_x(x, y)$ . Движение будет продолжаться пока  $z_x(x, y)$  не станет меньше некоторого порогового значения  $z_{x12}$  ( $z_{x12} = 0.6$ ). Так найдем некоторую точку  $(x_k^{(n)}, y_k^{(n)})$ , которая лежит на правой границе носа. Аналогично, увеличивая абсциссу  $x$  получаем соответствующую точку  $(x_k^{(л)}, y_k^{(л)})$  на левой границе носа. Совокупность точек  $(x_k^{(н)}, y_k^{(н)})$ ,  $(x_k^{(л)}, y_k^{(л)})$  будет составлять границу носа, а все точки, которые лежат в этой области формируют сам нос.

### Построение линии бровей

Линии бровей начинаются с переносицы. Эту точку было найдено при построении профиля носа и обозначено как точку перехода нос-лоб. Рассмотрим некоторые особенности бровей.

Пусть имеем точку  $(x, y)$  на бровях. Тогда при уменьшении ординаты  $y$  на  $\lambda$  произойдет резкое уменьшение ординаты  $z$ . Это условие запишем так:  $z_y(x, y) < z_{y22}$ , ( $z_{y22} = 1.5$ )

Начнем движение с точки  $(x, y)$  в направлении уменьшения абсциссы  $x$  по линии  $y = y_n$ . Рассмотрим  $k$ -й шаг.

Имеем точку  $(x_k, y_k)$ :  $x_k = x_{nl} - k\delta$ ,  $y_k = y_{nl}$ .

Рассмотрим линию  $x = x_k$ .

Будем двигаться вдоль ее по точкам  $(x_k, y_k + l\lambda)$ ,  $l = 1, 2, \dots$  пока не найдем такую точку  $(x_k^{(н)}, y_k^{(н)})$ , что будет выполняться неравенство  $z''_{yy}(x_k, y_k + l\lambda) < z_{y22}$ .

Движение по направлению уменьшения абсциссы  $x$  останавливаем когда выполняется условие  $z''_{xx}(x_k, y_k) > z_{y23}$  ( $z_{y23} = -1.3$ ), то есть, когда будет наблюдаться резкое уменьшение координаты  $z$ . Аналогично строится и левая бровь.

**Построение контура глаз**

Рассмотрим построение правого глаза.

Для распознавания глаза используем найденную ранее бровь.

**Нахождение крайней правой точки глаза.**

Начнем движение от средней точки брови по направлению уменьшения абсциссы  $x$  с шагом  $\delta$ . Рассмотрим  $k$ -й шаг. Найдем  $(x_k, y_k)$  - точка брови.

Зафиксируем абсциссу  $x$  и начнем двигаться по направлению уменьшения ординаты  $y$ :

$$x_k = x_{nl} - k\delta, (y_k = y_k + l\lambda, l = 1, 2, \dots)$$

Точки контура глаза найдем из условий

$$z''_{yy}(x_k, y_{kl1}) > z_{y24}$$

$$z''_{yy}(x_k, y_{kl2}) < 0, l_1 < l_2 < l_3,$$

$$z''_{yy}(x_k, y_{kl3}) > z_{y24}$$

эти условия определяют наличие вогнутости на краях глаза и выпуклости посередине). Если возникнет ситуация когда  $l_3 - l_2 < 2$ , то эта неравенство определит крайнюю правую точку глаза.

**Обратное движение.** Движение

организуем аналогично первому этапу с отличием в том, что двигаться по брови будем справа налево пока не найдем крайнюю левую точку глаза.

Аналогично будем контур левого глаза.

**Построение контура губ**

**Построение линии, которая проходит между губами.** Движение начнем с крайней правой точки губ  $(x_n, y_n)$  (напоминаем, что эта точка задается вручную) по направлению увеличения абсциссы  $x$  с шагом  $\delta$ .

$(x_{k(c)}, y_{k(c)})$  - точка на искомой линии

$$x_{k(c)} = x_n + k\delta$$

Величину  $y_{k(c)}$  определим так:

$$y_{k(c)} = y_{k-1(c)} + \hat{l} = \arg \min_{l=-1,1} z''_{yy}(x_{k(c)}, y_{k-1(c)} + l\lambda). \quad (1)$$

**Построение линии, которая ограничивает верхнюю губу.** Движение начнем с крайней правой точки губ  $(x_n, y_n)$  по направлению увеличения абсциссы  $x$  с шагом  $\delta$ .

$(x_{k(c)}, y_{k(c)})$  - точка на искомой линии

$$x_{k(c)} = x_n + k\delta$$

Величину  $y_{k(c)}$  определим так:

$$y_{k(c)} = y_{k(c)} + \hat{l}\lambda = \arg \max_{l \in Z} z''_{yy}(x_k, y_{k(c)} + l\lambda). \quad (2)$$

**Построение линии, которая ограничивает нижнюю губу.** Эта линия строится аналогично предыдущей с отличием в обозначении  $\hat{l}$ :

$$\hat{l} = \arg \max_{\substack{l \in Z \\ l < 0}} z''_{yy}(x_k, y_{k(c)} + l\lambda). \quad (3)$$

**Замечания**

Для вычисления  $z'(x_k, y_k)$  используем приближенную формулу

$$z'_x(x_k, y_k) \approx \frac{z_{k+1} - z_{k-1}}{x_{k+1} - x_{k-1}}, z'_y(x_k, y_k) \approx \frac{z_{k+1} - z_{k-1}}{y_{k+1} - y_{k-1}} \quad (4)$$

Для вычисления  $z''(x_k, y_k)$  используем приближенную формулу

$$z''_{xx}(x_k, y_k) \approx \frac{z'_x(x_{k+1}, y_k) - z'_x(x_{k-1}, y_k)}{x_{k+1} - x_{k-1}} \quad (5)$$

$$z''_{yy}(x_k, y_k) \approx \frac{z'_y(x_k, y_{k+1}) - z'_y(x_k, y_{k-1})}{y_{k+1} - y_{k-1}} \quad (6)$$

**Использование методов сплайн-аппроксимации NURBS для моделирования биологических объектов**

В статье предложено для выделения характерных признаков черт лица использовать модели которые задаются с помощью неравномерных рациональных базисных сплайнов NURBS-кривых.

Рассмотрим NURBS-кривые. Допустим, что задано массив опорных точек  $P_0, \dots, P_m$ .

Необходимо найти функцию

$p(u) = [x(u), y(u), z(u)]^T$ , обозначенную на интервале  $u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$ , такую, что она есть

достаточно гладкой и проходит, в определенном смысле, около опорных точек.

Допустим, что есть последовательность узлов  $u_0, u_1, \dots, u_n$ , такая что:

$$u_{\min} = u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_n = u_{\max}. \quad (7)$$

При использовании аппроксимации сплайнами функция  $p(u)$  имеет вид полинома степени  $d$  на интервале между соседними узлами:

$$p(u) = \sum_{j=0}^d c_{jk} u^j, u_k < u < u_{k+1}. \quad (8)$$

Таким образом, чтобы найти сплайн степени  $d$ , необходимо будет найти  $n(d+1)$  трёхмерный вектор-коэффициентов  $c_{jk}$ . Необходимые для этого уравнения можно получить, рассматривая разного рода ограничения, связанные с непрерывностью функции и критерием близости к опорным точкам. Такой подход к формированию сплайна есть глобальным – необходимо решить систему из  $n(d+1)$  уравнение относительно

$n(d+1)$  неизвестных, а значит, каждый полученный коэффициент будет зависит от всех опорных точек. Хотя такая методика определения коэффициентов сплайна и обеспечить получение гладкой кривой, что проходит через заданные опорные точки, она не очень хорошо согласовывается с спецификой задач компьютерной графики (выполнение рендеринга объектов в реальном времени).

Подход выбранный для формирования В-сплайнов состоит из того, чтоб обозначит сплайн в терминах базисных функций, каждая из которых отличная от нуля только на интервале в несколько узлов. Итак, можно записать функцию  $p(u)$  в виде:

$$p(u) = \sum_{i=0}^m B_{id}(u) p_i, \quad (9)$$

где каждая функция  $B_{id}(u)$  есть полином степени  $d$  на интервале в несколько узлов и равняется нулю за границами этого интервала. Существует много способов обозначения базисных функций, но особенное место принадлежит одному из них – методу рекурсивных функций Кокса-де Бура:

$$B_{k,0} = \begin{cases} 1, & \text{если } u_k \leq u \leq u_{k+1} \\ 0 & \text{в другом случае} \end{cases} \quad (5)$$

$$B_{k,d} = \frac{u - u_k}{u_{k+1} - u_k} B_{k,d-1}(u) + \frac{u_{k+1} - u}{u_{k+d+1} - u_{k+1}} B_{k+1,d-1}(u)$$

## Выводы

В работе разработано информационную технологию, алгоритм и реализацию основных методов которые позволяют решить задачу моделирования и распознавания мимических проявлений эмоциональных состояний. Анализ полученных результатов дает основание сделать такие выводы:

1) впервые для психологической формальной модели эмоциональных состояний предложена формальная модель мимических проявлений этих эмоциональных состояний, то есть сделан переход от пространства признаков, которые описывают базовые эмоции с точки зрения ситуаций в которых они возникают до пространства признаков, которые характеризуют визуальную, мимическую составляющую для эмоциональных состояний;

2) впервые для перехода от феноменального определения характеристических мимических признаков до первой их формализации, предложено использовать NURBS-кривые, а именно, выходя из того, что управляющие точки NURBS-кривой однозначно определяют саму кривую – предложено в качестве координат

пространства модели брать только координаты управляющих точек;

3) впервые для анализа мимических проявлений эмоций предложена оригинальная информационная технология, основная идея которой состоит в алгоритме автоматического получения гибких шаблонов (на базе NURBS-кривых) контуров бровей, глаз и рта, для чего используется оконтурения, скелетизация изображений и преобразование точечных кривых с помощью В-сплайн аппроксимации на гибких кривых шаблоны NURBS-кривые;

4) впервые создание алгоритма и программное обеспечение которое реализует целостную информационную технологию для моделирования и распознавания мимических проявлений эмоционального состояния на лице человека.

## Литература

1. Ильин Е.П. Эмоции и чувства/ Ильин Е.П. – СПб: Питер, 2001. – 752 с.
2. Dufour Ph/ Essai sur l'étude le l'Homme considere sous le double point vue de la vie animale et de la vie intellectuelle. 2 vol / Dufour Ph. – Paris: Person, 1883, Режим доступа: <http://www.psychology-online.net/articles>
3. Джемс У. Психология / Джемс У. – М.: Педагогика, 1991 – 368 с.
4. Ланге Г. Душевные движения / Ланге Г. – СП
5. Миненко А.С. О минимизации одного интегрального функционала методом Рунца / А.С. Миненко // Укр. мат. журнал. – 2006. – №10. – С. 1385-1394.
6. Minenko A.S. Axially symmetric flow. Fifth SIAM conference on optimization / A.S. Minenko. – Victoria, British Columbia, May 20 – 22, 1996. – Victoria, 1996. – P. 12.
7. Миненко А.С. Аналитичность свободной границы в одной задаче осесимметричного течения / А.С. Миненко // Укр. мат. журнал. – 1998. – №12. – С. 1693-1700.
8. Миненко А.С. Проблема минимума одного класса интегральных функционалов с неизвестной областью интегрирования / А.С. Миненко // Мат. физика и нелинейная механика. – 1993. – Вып. 16. – С. 48-52
9. Миненко А.С. Вариационные задачи со свободной границей / Миненко А.С. – Киев: Наукова думка, 2005. – 354 с.
10. Миненко А.С. Приближенный анализ многомерной конвективной задачи Стефана / А.С. Миненко, А.И. Шевченко // Доповіді НАН України. – 2010. – №4. – С. 30-34.

---

**A.S. MІNENKO**

*Донецкий национальный технический университет*

**ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ І РОЗПІЗНАВАННЯ ОБЛИЧЧЯ ЛЮДИНИ ПО ЙОГО МІМІЧНИМ ЗОБРАЖЕННЯМ**

*Робота посвячена розробці методів, моделей, алгоритмів і комп'ютерних засобів, для моделювання і розпізнавання емоційної та артикуляційної складової при мововиникненні на фотографічних зображеннях обличчя і тривимірних моделях голови людини для відтворення і розпізнавання жорсткої мови.*

*Ключові слова: апроксимація, мімічні прояви, емоції, алгоритм, сплайн-апроксимація.*

**MINENKO A.S.**

*Donetsk National Technical University*

**INFORMATION TECHNOLOGY IN THE MODELING AND RECOGNITION OF HUMAN FACE BY HIS FACIAL IMAGE**

*Work on the development of methods, models, algorithms and computer tools for modeling and recognition of emotional and articulation component the emergence of language, in the event the photographic facial images and three-dimensional models of the human head for playback and recognition of the hard language.*

*Key words: approximation, mimic expression, emotions, algorithm, spline-approximation*

*Статья поступила в редакцию 20.05.2016*

*Рекомендована к публикации д-ром техн. наук В.Н. Павлышом*

УДК 5.12.64:514.12

## Формулы понижения натуральной степени тригонометрических функций в интегральном исчислении

Л.П. Мироненко, Ю.В. Пустовая  
Донецкий национальный технический университет  
Julia-Pustovaa@mail.ru

*Мироненко Л.П., Пустовая Ю.В. Формулы понижения натуральной степени тригонометрических функций в интегральном исчислении. Аннотация.*

Целью статьи является продвижение формул понижения натуральной степени функций  $\cos^n x$  и  $\sin^n x$  в различные разделы математики, в частности, в интегральное исчисление. Получены формулы, позволяющие более эффективно вычислять интегралы от рациональных дробей специального вида. Предложено новое представление формулы Валлиса вычисления числа  $\pi$ . Формулы понижения дают ряд новых формул тригонометрии или, по крайней мере, общую методику получения большого числа формул тригонометрии.

### Введение

Формулы понижения натуральной степени тригонометрических функций  $\cos^n x$  и  $\sin^n x$  в математическом анализе, в частности, в тригонометрии, обычно используются в случае  $n = 2$  [2,4,5]. В случае произвольного значения  $n$  ( $n > 2$ ) они практически не встречаются в литературе. Тем не менее, эти формулы легко записать в компактной форме и эффективно использовать в интегральном исчислении.

В работе предлагается оригинальный способ получения формул понижения степени с помощью известной формулы Эйлера в теории функций комплексного переменного.

В качестве приложения рассмотрены две классические задачи – вычисление интеграла от стандартной (элементарной) рациональной дроби повышенной сложности и формулы Валлиса, представляющей способ вычисления числа  $\pi$ .

Основной целью статьи является продвижение формул понижения в различные математические методы исследования.

### Изложение основного материала

#### 1. Понижение степени функций $\cos^n x$ и $\sin^n x$

Рассмотрим задачу выражения функций  $\cos^n x$  и  $\sin^n x$  через линейную комбинацию функций  $\cos kx$  и  $\sin kx$ .

Для этого представим  $\cos x$  в виде

$$\frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix}). \text{ Тогда,}$$

$$\cos^n x = \frac{1}{2^n}(e^{ix} + e^{-ix})^n = \frac{e^{-nix}}{2^n}(1 + e^{2ix})^n.$$

Применим бином Ньютона

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}, \text{ где } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} -$$

биномиальные коэффициенты, получим

$$\begin{aligned} \cos^n x &= \frac{e^{-nix}}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k e^{2ix(n-k)} = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k e^{ix(n-2k)} = \\ &= \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k (\cos x(n-2k) + i \sin x(n-2k)). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь использована формула Эйлера  $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$  при  $\phi = x(n-2k)$ . Левая часть равенства (1.1) является действительной функцией, а правая часть является комплексной. Следовательно, при любых  $n$  должно выполняться равенство

$$\sum_{k=0}^n C_n^k \sin x(n-2k) = 0. \quad (1.2)$$

Это равенство легко проверяется с учетом свойства коэффициентов  $C_n^k = C_n^{n-k}$  [1,3]. В сумме (1.2) всегда существует равный и противоположный по знаку член.

В результате получим формулу, которая решает задачу.

$$\cos^n x = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k \cos(n-2k)x. \quad (1.3)$$

Это представление можно рассматривать как обобщение формулы понижения степени

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ . В самом деле, в случае  $n = 2$  имеем хорошо известную формулу

$$\cos^2 x = \frac{1}{2^2} \sum_{k=0}^2 C_2^k \cos (2-2k)x = \frac{1 + \cos 2x}{2}.$$

Выделим в сумме (1.3) слагаемое с номером  $k = n/2$ , при котором косинус равен единице

$$\cos^n x = \frac{C_n^{n/2}}{2^n} + \frac{1}{2^n} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n/2}}^n C_n^k \cos (n-2k)x. \quad (1.4)$$

С некоторыми изменениями поступим аналогично с функцией  $\sin x$ , записав ее в виде

$$\frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$$

$$\begin{aligned} \sin^n x &= \frac{e^{-inx}}{2^n i^n} (e^{i2x} - 1)^n = \frac{e^{-inx}}{2^n i^n} \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k e^{i2x(n-k)} = \\ &= \frac{1}{2^n i^n} \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k e^{ix(n-2k)}. \end{aligned}$$

Представим мнимую единицу  $i$  в экспоненциальной форме  $i = e^{i\pi/2}$  и применим формулу Эйлера

$$\begin{aligned} \sin^n x &= \frac{1}{2^n} e^{-in\frac{\pi}{2}} \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k e^{ix(n-2k)} = \\ &= \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k e^{ix(n-2k) - in\frac{\pi}{2}}, \\ e^{ix(n-2k) - in\frac{\pi}{2}} &= \cos\left(x(n-2k) - n\frac{\pi}{2}\right) + \\ &+ i \sin\left(x(n-2k) - n\frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Учтем, что имеет место аналогичное равенству (1.2) тождественное равенство

$$\sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k \sin\left(x(n-2k) - n\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

В результате получим искомую формулу

$$\sin^n x = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k \cos\left(x(n-2k) - n\frac{\pi}{2}\right) \quad (1.5)$$

Эту формулу можно рассматривать как обобщение формулы понижения степени для

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ . В самом деле, в случае  $n = 2$  имеем хорошо известную формулу

$$\sin^2 x = \frac{1}{2^2} \sum_{k=0}^2 (-1)^k C_2^k \cos (x(2-2k) - \pi) = \frac{1 - \cos 2x}{2}.$$

Выделим в сумме (1.5) член с номером  $k = n/2$

$$\begin{aligned} \sin^n x &= \frac{(-1)^{n/2} C_n^{n/2}}{2^n} \cos\left(n\frac{\pi}{2}\right) + \\ &+ \frac{1}{2^n} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n/2}}^n (-1)^k C_n^k \cos\left(x(n-2k) - n\frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Рассмотрим некоторые свойства формул (1.3), (1.6). Прежде всего, запишем равенства для четных и нечетных  $n$ . Формула (1.4) при четном  $n = 2m$  имеет вид

$$\cos^{2m} x = \frac{C_{2m}^m}{2^{2m}} + \frac{1}{2^{2m}} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{2m} C_{2m}^k \cos 2(m-k)x.$$

Учитывая свойство биномиальных коэффициентов  $C_{2m}^k = C_{2m}^{2m-k}$ , получим

$$\cos^{2m} x = \frac{C_{2m}^m}{2^{2m}} + \frac{1}{2^{2m-1}} \sum_{k=0}^{m-1} C_{2m}^k \cos 2(m-k)x. \quad (1.7)$$

Если  $n = 2m+1$  - нечетное число, то

$$\cos^{2m+1} x = \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m C_{2m+1}^k \cos (2m+1-2k)x. \quad (1.8)$$

Аналогичные формулы получим для синуса

$$\sin^{2m} x = \frac{C_{2m}^m}{2^{2m}} + \frac{1}{2^{2m-1}} \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^{k+m} C_{2m}^k \cos 2(m-k)x, \quad (1.9)$$

$$\sin^{2m+1} x = \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m (-1)^{k+m} C_{2m+1}^k \sin x(2m+1-2k). \quad (1.10)$$

Здесь использовано равенство

$$\cos\left(x - (2m+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^m \sin x.$$

Рассмотрим обратную задачу выражения функций  $\cos kx$  и  $\sin kx$  через линейную комбинацию функций  $\cos^n x$  и  $\sin^n x$

Для этого представим  $\cos nx$  в виде

$$\frac{1}{2}(e^{inx} + e^{-inx}). \text{ Тогда,}$$

$$\cos nx = \frac{1}{2}((e^{ix})^n + (e^{-ix})^n) =$$

$$= \frac{1}{2}((\cos x + i \sin x)^n + (\cos x - i \sin x)^n).$$

Применим бином Ньютона, получим

$$\cos nx = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n C_n^k i^k \cos^{n-k} x \cdot \sin^k x (1 + (-1)^k) =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n C_n^k i^k \cos^{n-k} x \cdot \sin^k x (1 + (-1)^k).$$

В сумме остаются только четные значения  $k = 2m$

$$\cos nx = \sum_{m=0}^n (-1)^m C_n^{2m} \cos^{n-2m} x \cdot \sin^{2m} x.$$

Например,

$$\begin{aligned} \cos 2x &= C_2^0 \cos^2 x - C_2^2 \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x, \\ \cos 3x &= C_3^0 \cos^3 x - C_3^2 \cos x \cdot \sin^2 x = \\ &= \cos^3 x - 3 \cos x (1 - \cos^2 x) = \\ &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x. \end{aligned}$$

Аналогично,

$$\begin{aligned} \sin nx &= \frac{1}{2i} (e^{inx} - e^{-inx}) = \frac{1}{2i} ((e^{ix})^n - (e^{-ix})^n) = \\ &= \frac{1}{2i} ((\cos x + i \sin x)^n - (\cos x - i \sin x)^n) = \\ \sin nx &= \frac{1}{2i} \sum_{k=0}^n C_n^k i^k \cos^{n-k} x \cdot \sin^k x (1 - (-1)^k) \end{aligned}$$

В сумме остаются только нечетные значения  $k = 2m + 1$

$$\sin nx = \sum_{m=0}^n (-1)^m C_n^{2m+1} \cos^{n-2m-1} x \cdot \sin^{2m+1} x$$

$$\begin{aligned} \text{Например, } \sin 2x &= 2 \cos x \cdot \sin x, \\ \sin 3x &= (-1)^0 C_3^1 \cos^2 x \cdot \sin x + (-1)^1 C_3^3 \cos^0 x \cdot \sin^3 x = \\ &= 3 \cos^2 x \cdot \sin x - \sin^3 x = 3(1 - \sin^2 x) \cdot \sin x - \sin^3 x = \\ &= -4 \sin^3 x + 3 \sin x. \end{aligned}$$

## 2. Интеграл от рациональной дроби специального вида. Формула Валлиса

### 2.1. Постановка задачи

При интегрировании рациональных дробей возникает проблема вычисления дроби вида  $\int \frac{Mt + N}{(t^2 + pt + q)^n} dt$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\frac{p^2}{4} - q < 0$  [2,4].

Надлежащей заменой переменной и преобразованием числителя дроби, задача сводится к вычислению интеграла

$$K_n = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}. \quad (2.1)$$

В случае  $n = 1$  интегрирование элементарно

$$K_1 = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C.$$

В общем случае, интеграл (2.1) вычисляется с помощью рекуррентного соотношения [2,5,6], в котором  $K_n$  выражается через  $K_{n-1}$

$$K_n = \frac{x}{2a^2(n-1)(x^2 + a^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2a^2(n-1)} K_{n-1}. \quad (2.2)$$

Поскольку интеграл  $K_1$  известен, то, полагая в (2.2)  $n = 2$ , без труда находим интеграл  $K_2$ . Зная  $K_2$ , найдем  $K_3$  и т.д. Например,

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{x}{2a^2(x^2 + a^2)} + \frac{1}{2a^2} K_1 = \\ &= \frac{x}{2a^2(x^2 + a^2)} + \frac{1}{2a^3} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C \end{aligned}$$

Следующий интеграл  $K_3$  гораздо сложнее, а в общем случае формула (2.2) дает необозримые выражения.

Задачу можно решить проще [7]. Для этого в интеграле (2.1) сделаем замену  $x = a \cdot \operatorname{tg} t$  и применим представление (1.7).

### 2.2. Вычисление интеграла $K_n$

В интеграле  $K_n$  сделаем замену  $x = a \cdot \operatorname{tg} t$ ,  $dx = a \cos^{-2} t dt$ ,  $(x^2 + a^2)^n = a^{2n} \cos^{-2n} t$ , получим

$$K_n = \frac{1}{a^{2n-1}} \int \cos^{2(n-1)} t dt. \quad (2.3)$$

В интеграл (2.3) подставим представление (1.7)

$$\begin{aligned} K_n &= \frac{C_{2(n-1)}^{n-1}}{2^{2(n-1)} a^{2n-1}} \int dt + \\ &+ \frac{1}{2^{2n-3} a^{2n-1}} \sum_{k=0}^{n-2} C_{2(n-1)}^k \int \cos(2(n-1-k)t) dt. \end{aligned}$$

Интегрирование выполняется элементарно

$$\begin{aligned} K_n &= \frac{1}{2^{2(n-1)} a^{2n-1}} * \\ * \left( C_{2(n-1)}^{n-1} t + \sum_{k=0}^{n-2} C_{2(n-1)}^k \frac{\sin(2t((n-1-k)))}{n-1-k} \right) + C. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Сравнение формулы (2.4) с рекуррентным соотношением (2.2) позволяет сделать вывод о преимуществе формулы (2.4). Например, если возникнет необходимость вычислить определенный интеграл (особенно, при больших  $n$ ), то проще это сделать с помощью формулы (2.4), а не по формуле (2.2). Покажем это на примере.

**Пример.** Вычислить интеграл  $\int \frac{1}{(x^2 + 4)^3} dx$ .

1 способ (при помощи рекуррентного соотношения (2.2)).

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{(x^2 + 4)^3} dx &= \frac{x}{16(x^2 + 4)^2} + \frac{3}{16} \int \frac{1}{(x^2 + 4)^2} dx = \\ &= \frac{x}{16(x^2 + 4)^2} + \frac{3}{16} \left( \frac{x}{8(x^2 + 4)} + \frac{1}{8} \int \frac{1}{x^2 + 4} dx \right) = \\ &= \frac{x}{16(x^2 + 4)^2} + \frac{3x}{128(x^2 + 4)} + \frac{3}{256} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C \end{aligned}$$

2 способ (при помощи формулы (2.4)).

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{(x^2+4)^3} dx &= \\ &= \frac{1}{512} \left( C_4^2 t + \sum_{k=0}^1 C_4^k \frac{\sin(2t(2-k))}{2-k} \right) + C = \\ &= \frac{1}{512} \left( C_4^2 t + C_4^0 \frac{\sin 4t}{2} + C_4^1 \sin 2t \right) + C = \\ &= \frac{3}{256} t + \frac{1}{1024} \sin 4t + \frac{1}{128} \sin 2t + C = \\ &= \left\{ t = \arctg \frac{x}{2} \right\} = \\ &= \frac{3}{256} \arctg \frac{x}{2} + \frac{1}{1024} \sin 4 \arctg \frac{x}{2} + \\ &+ \frac{1}{128} \sin 2 \arctg \frac{x}{2} + C = \\ &= \frac{3}{256} \arctg \frac{x}{2} + \frac{16x}{(x^2+4)^2} - \frac{x}{128(x^2+4)} + \\ &+ \frac{4x}{128(x^2+4)} + C = \\ &= \frac{3}{256} \arctg \frac{x}{2} + \frac{16x}{(x^2+4)^2} + \frac{3x}{128(x^2+4)} + C \end{aligned}$$

Кроме того, подход позволяет логически продолжить исследования и получить, например, формулу Валлиса.

Приведем первые значения  $K_n$

$$K_2 = \frac{1}{4a^3} (2t + \sin 2t) + C,$$

$$K_3 = \frac{1}{32a^5} (12t + \sin 4t + 8 \sin 2t) + C \text{ и т.д.}$$

### 2.3. Вычисление интегралов $I_n, J_n$

Вычислим интегралы  $I_n = \int_0^{\pi/2} \cos^n t dt$ ,

$$J_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n t dt, \text{ используя представления}$$

функций  $\cos^n x$  и  $\sin^n x$  в виде (1.7) - (1.10).  
Для функции (1.7) учтем, что

$$\int_0^{\pi/2} dt \cos(2(m-k)t) = 0, m \neq k, \tag{2.5}$$

получим

$$\begin{aligned} I_{2m} &= \frac{C_{2m}^m}{2^{2m}} \int_0^{\pi/2} dt + \\ &+ \frac{1}{2^{2m-1}} \sum_{k=0}^{m-1} C_{2m}^k \int_0^{\pi/2} dt \cos 2(m-k)t = \frac{\pi}{2^{2m+1}} C_{2m}^m, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{2m+1} &= \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m C_{2m+1}^k \int_0^{\pi/2} dt \cos(2m+1-2k)t = \\ &= \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m C_{2m+1}^k \frac{\sin\left((2m+1-2k)\frac{\pi}{2}\right)}{2m+1-2k} = \\ &= \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m \frac{(-1)^{m+k} C_{2m+1}^k}{2m+1-2k}. \end{aligned}$$

Для функции (1.9) учтем равенство (2.5), получим

$$\begin{aligned} J_{2m} &= \frac{C_{2m}^m}{2^{2m}} \int_0^{\pi/2} dt + \frac{1}{2^{2m-1}} \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^{k+m} C_{2m}^k \int_0^{\pi/2} dt \cos 2(m-k)t = \\ &= \frac{\pi}{2^{2m+1}} C_{2m}^m. \end{aligned}$$

Неудивительно, что  $I_{2m} = J_{2m}$ . Это очевидное равенство  $\int_0^{\pi/2} \cos^n t dt = \int_0^{\pi/2} \sin^n t dt$ , если в одном из интегралов сделать замену  $t = \frac{\pi}{2} - y$ . По этой причине  $J_{2m+1} = I_{2m+1}$

$$\begin{aligned} J_{2m+1} &= \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m (-1)^{k+m} C_{2m+1}^k \int_0^{\pi/2} dt \sin((2m+1-2k)t) = \\ &= -\frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m (-1)^{k+m} C_{2m+1}^k \frac{\cos(2m+1-2k)\pi/2-1}{2m+1-2k} = \\ &= \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m \frac{(-1)^{k+m} C_{2m+1}^k}{2m+1-2k}. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что  $\cos(2m+1-2k)\pi/2 = 0$

### 2.4. Формула Валлиса

Интегрируем неравенство  $\cos^{2m+1} x \leq \cos^{2m} x \leq \cos^{2m-1} x$  по отрезку  $x \in [0, \pi/2]$ , получим

$$I_{2m+1} \leq I_{2m} \leq I_{2m-1}. \tag{2.6}$$

Подставим интеграл  $I_n$  в трех случаях  $n = 2m-1, 2m, 2m+1$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m \frac{(-1)^{k+m} C_{2m+1}^k}{2m+1-2k} &\leq \frac{\pi}{2^{2m+1}} C_{2m}^m \leq \\ &\leq -\frac{1}{2^{2m-2}} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(-1)^{k+m+1} C_{2m-1}^k}{2m-1-2k}, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{2m}^m} \sum_{k=0}^m \frac{(-1)^{m+k} C_{2m+1}^k}{2m+1-2k} &\leq \frac{\pi}{2} \leq \\ &\leq -\frac{4}{C_{2m}^m} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(-1)^{m+k+1} C_{2m-1}^k}{2m-1-2k}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Например,

$$m=1: \frac{4}{3} \leq \frac{\pi}{2} \leq 2 \Rightarrow 2,667 \leq \pi \leq 4,$$

$$m = 2: \frac{64}{45} \leq \frac{\pi}{2} \leq \frac{16}{9} \Rightarrow 2,844 \leq \pi \leq 3,556,$$

$$m = 3:$$

$$\frac{48^2}{1575} \leq \frac{\pi}{2} \leq \frac{48^2}{1350} \Rightarrow 2,926 \leq \pi \leq 3,413 \text{ и т.д.}$$

Последовательность интегралов  $\{I_{2m+1}\}$  монотонно убывает и ограничена снизу. Отсюда следует

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{C_{2m}^m} \sum_{k=0}^m \frac{(-1)^{m+k} C_{2m+1}^k}{2m+1-2k}. \quad (2.8)$$

Обратимся к формуле Валлиса [4]

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{2m+1} \left[ \frac{(2m)!!}{(2m-1)!!} \right]^2, \quad (2.9)$$

которую легко получить из неравенств (2.6). Для этого следует использовать

рекуррентное соотношение  $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$

$$\frac{(2m)!!}{(2m+1)!!} \leq \frac{(2m-1)!!}{(2m)!!} \frac{\pi}{2} \leq \frac{(2m-2)!!}{(2m-1)!!}, \quad (2.1)$$

$$\frac{1}{(2m+1) \left[ \frac{(2m)!!}{(2m-1)!!} \right]^2} \leq \frac{\pi}{2} \leq \frac{1}{2m \left[ \frac{(2m)!!}{(2m-1)!!} \right]^2}.$$

0)

Знак  $m!!$  означает произведение первых  $m$  натуральных чисел с учетом четности, например,  $(2m)!! = 2m \cdot (2m-2) \cdot \dots \cdot 2$ .

Например, первые значения  $m = 1, 2, 3$  совпадают со значениями, рассчитанными по формуле (2.7). Делаем вывод

$$\frac{1}{C_{2m}^m} \sum_{k=0}^m \frac{(-1)^{m+k} C_{2m+1}^k}{2m+1-2k} = \frac{1}{2m+1} \left[ \frac{(2m)!!}{(2m-1)!!} \right]^2,$$

$$\text{где } \frac{C_{2m}^m}{2^{2m}} = \frac{(2m-1)!!}{(2m)!!}.$$

**2.5. Тождество**  $(\cos^2 x + \sin^2 x)^m = 1$ .

Подход позволяет записать часто используемое тождество  $(\cos^2 x + \sin^2 x)^m = 1$  в виде

$$\begin{aligned} & \cos^{2m} x + \sin^{2m} x = \\ & = 2 \cdot \frac{(2m-1)!!}{(2m)!!} + \frac{1}{2^{2m-1}} \sum_{k=0}^{m-1} C_{2m}^k (1+(-1)^{k+m}) \cos 2(m-k)x. \end{aligned}$$

В частности, при  $m=1$  имеем тождество  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , при  $m=2, 3$

$$\begin{aligned} & \cos^4 x + \sin^4 x = \\ & = \frac{1}{2^3} \frac{(4)!}{(2!)^2} + \frac{1}{2^3} \sum_{k=0}^1 C_4^k (1+(-1)^{k+2}) \cos(2(2-k)x) = \\ & = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cos^6 x + \sin^6 x = \\ & = \frac{1}{2^5} \frac{(6)!}{(3!)^2} + \frac{1}{2^5} \sum_{k=0}^2 C_6^k (1+(-1)^{k+3}) \cos(2(3-k)x) = \\ & = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x. \end{aligned}$$

## Выводы.

Формулы понижения натуральной степени функций  $\cos^n x$  и  $\sin^n x$  выражаются компактно через линейные комбинации функций вида  $\cos kx$  и  $\sin kx$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ , и позволяют эффективно решать ряд математических задач:

- получать известные и новые формулы тригонометрии;
- интегрировать некоторые рациональные дроби более эффективным путем, чем это принято в стандартном курсе математического анализа;
- новое представление формулы Валлиса вычисления трансцендентного числа  $\pi$ .

Предложены формулы прямого и обратного перехода от набора  $2n$  функций  $\cos^k x$ ,  $\sin^k x$  к набору  $\cos kx$ ,  $\sin kx$ , и наоборот.

## Литература

1. Венцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Венцель, Л.А. Овчаров. – М.: Наука, 1969. – 368 с.
2. Ильин В.А. Основы математического анализа, том 1 / В.А. Ильин, Э.Г. Поздняк. – М.: Изд-во ФМЛ, 1956. – 472 с.
3. Кац М. Статистическая независимость в теории вероятностей / М. Кац. – М.: ФМЛ, 1962. – 153 с.
4. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Том I / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Наука, 1970. – 571 с.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики, том 1 / В.И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. – 479 с.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 2 / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Наука, «ФМЛ», 1972. – 795 с.
7. Mironenko L.P. Integration of a rational fraction of a special kind. / L.P. Mironenko // Искусственный интеллект. – Вып. 4. – 2013. – С. 253-258.

*Міроненко Л.П., Пустова Ю.В. Формули пониження степені тригонометричних функцій в інтегральному численні. Метою статті є просування формул пониження натуральної степені функцій  $\cos^n x$  і  $\sin^n x$  в різні розділи математики, зокрема, в інтегральне числення. Отримано формули, які дозволяють більш ефективно обчислювати інтеграли від раціональних дробів спеціального виду. Запропоновано нове уявлення формули Валліса обчислення числа  $\pi$ . Формули пониження дають ряд нових формул тригонометрії або, принаймні, загальну методику отримання великого числа формул тригонометрії.*

*Mironenko L.P., Pustovaya Yu.V. Formula lowering natural degree of trigonometric functions in integral calculus. The purpose of the article is to advance the natural degree decreased formulas of the functions  $\cos^n x$  and  $\sin^n x$  to different branches of mathematics, especially, to integration calculus. The formulas allow more effectively integrate the special form of rational fractions. It is obtained a new representation of Wallis's formula for the number  $\pi$ . The decreased formulas give many new trigonometric identities, at least, the general methodic for construction a great number of new trigonometric equalities.*

*Стаття поступила в редакцію 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук А.С. Миненко*

## Описание и программная реализация методов обработки данных для повышения точности прогнозирования

О.В. Рычка

Донецкий национальный технический университет  
olga\_rychka@mail.ru

*Рычка О.В. Описание и программная реализации методов обработки данных для повышения точности прогнозирования. В работе описаны методы, позволяющие повысить точность прогнозирования при использовании линейных регрессионных моделей и их основные преимущества. Рассмотрены этапы работы программного приложения, разработанного автором на языке программирования Visual Basic for Applications для реализации предложенных методов.*

### Введение

В настоящее время прогнозирование используется во всех сферах человеческой деятельности. На основании прогноза принимаются обоснованные решения. Таким образом, большое значение имеет точность измерений и прогнозов, сделанных на основе имеющихся данных.

Для прогнозирования значений переменной, часто используется регрессионный анализ. Регрессионные модели позволяют прогнозировать значения по данным объясняющих переменных. Однако в исследуемую выборку могут попасть отдельные результаты, значения которых значительно отличаются от остальных. Эти результаты представляют собой аномальные измерения. Для обнаружения таких измерений, в настоящее время, существуют различные критерии [1-5]. К данным методам относятся – метод Титьена-Мура-Бекмана, Эктона и Прескотта-Лунда. Их основным преимуществом является простота понимания и использования. Однако, в ходе исследований, был выявлен ряд существенных недостатков [6]. Основным из них является то, что при использовании данных критериев, нахождение аномальных данных происходит методом перебора. С увеличением объема выборки повышается и трудоемкость, т.к. расчеты необходимо проводить для каждого подозрительного значения в отдельности. Также в рассматриваемой выборке может оказаться большее число аномальных измерений, чем исследуется на выбросы. В связи с описанными недостатками существующих на данный момент критериев в [6] и [7] были предложены новые методы, позволяющие повысить качество регрессионных прогнозных моделей. Для упрощения использования предложенных методов и их модификаций автором было разработано программное приложение с

использованием языка программирования Visual Basic for Applications (VBA).

### Цель исследований

Целью данной работы является определение основных условий выбора одного из двух методов повышения точности прогнозирования или их модификаций, а также рассмотрение этапов работы программы, разработанной с помощью языка программирования VBA.

### Описание методов

Задача предлагаемых методов заключается в том, что среди всех исходных статистических данных определяются измерения, которые выходят за пределы прямоугольной области со сторонами  $2k \cdot \sigma_e$  и  $2k \cdot \sigma'_e$ . Здесь  $k$  – коэффициент (обычно  $0,6 \leq k < 3$ ), который соответствует вероятности попадания в заданную область. Вероятность попадания в область рассчитывается по формуле (1) [8]:

$$P_0 = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-t^2/2} dt - 1 \quad (1)$$

В таблице 1 представлены значения коэффициента  $k$ , соответствующие различным вероятностям  $P$ .

Таблица 1. Значения коэффициента  $k$  при различных вероятностях  $P$

|   |     |      |     |      |     |      |     |      |
|---|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| P | 0.9 | 0.85 | 0.8 | 0.75 | 0.7 | 0.65 | 0.6 | 0.5  |
| k | 1.9 | 1.75 | 1.6 | 1.5  | 1.4 | 1.3  | 1.2 | 1.05 |

Среднеквадратические отклонения невязок  $\sigma_e$  и  $\sigma'_e$ , определяются по формулам (2) и (3) соответственно:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - 2}}, \quad (2)$$

$$\sigma'_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}'_i)^2}{n - 2}}, \quad (3)$$

где  $Y_i$  – фактические значения;  
 $\hat{Y}_i$  – рассчитанные значения по исходному уравнению;  
 $\hat{Y}'_i$  – рассчитанные значения по уравнению, график которого будет перпендикулярен исходному.

### Сравнение методов

Отличие реализации методов состоит в том, что в одном методе статистические данные, выходящие за пределы прямоугольной области отбрасываются, а в другом, такие данные не исключаются, а переносятся на границы области.

Метод повышения качества прогнозной модели, основанный на отбрасывании исходных статистических данных следует применять в случае, если прогнозное значение  $Y_{\text{прогн}}$  близко к среднему  $\bar{Y}$ , т.к. чем дальше от среднего значения  $\bar{Y}$  отстоит  $Y_{\text{прогн}}$ , тем большей величины достигает смещение при использовании данного метода и наоборот. Метод, основанный на перемещении данных, применяется в обратной ситуации.

Схематически метод, основанный на отбрасывании "аномальных" и ненадежных измерений, а также метод, основанный на переносе данных представлены на рисунке 1.

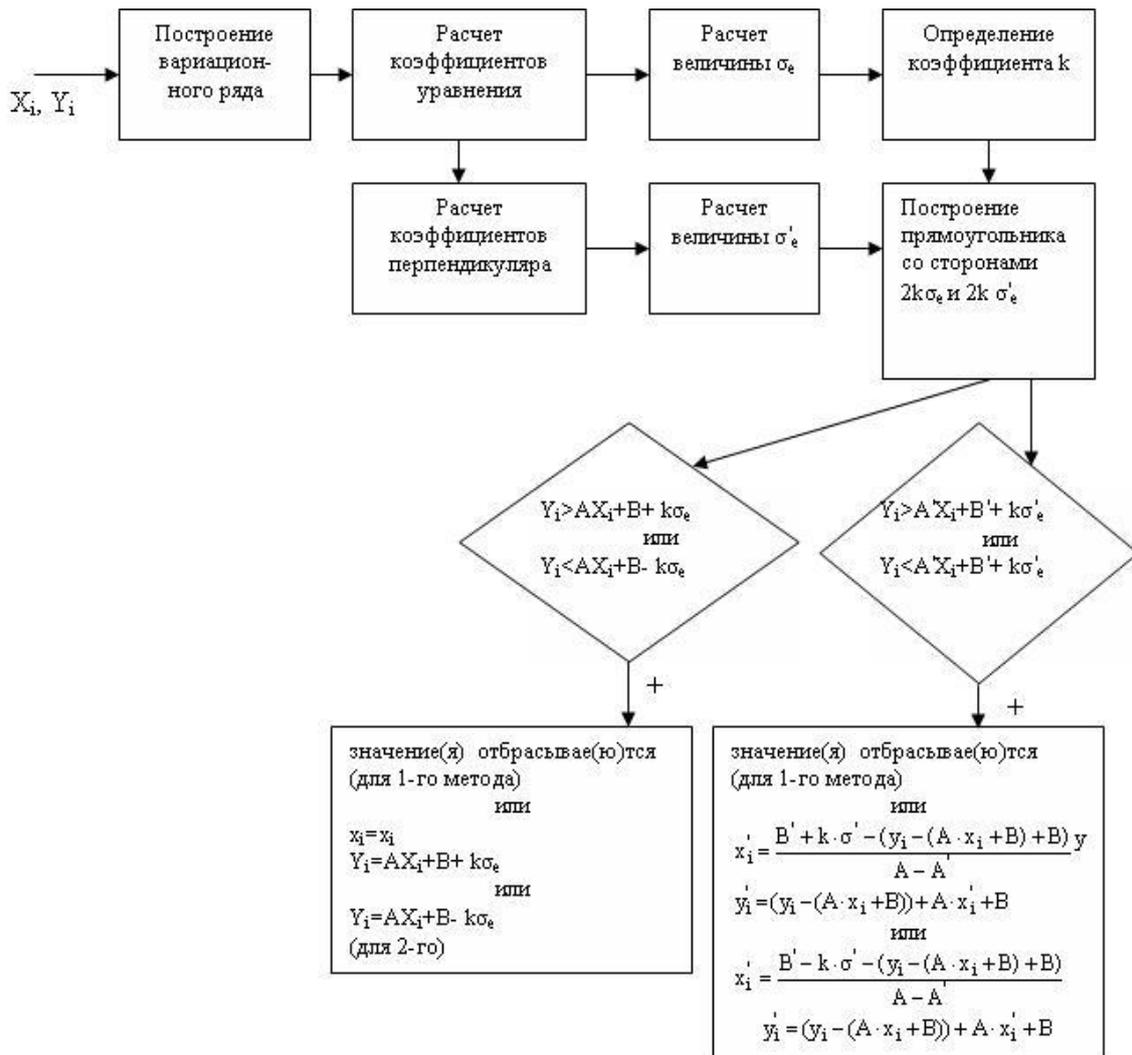


Рисунок 1 – Схематическое представление методов

Основными критериями эффективности применения предложенных методов являются:

– коэффициент детерминации  $R^2$ , который определяется соотношением (4) [9]:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^k (Y_i - \bar{Y})^2}; \quad (4)$$

– модуль величины смещения результата прогноза  $\Delta_{\text{прогн}}$  (5):

$$\Delta_{\text{прогн}} = |(A \cdot X_{\text{прогн}} + B) - (A_n \cdot X_{\text{прогн}} + B_n)|, \quad (5)$$

где первое и второе слагаемое, соответственно, линейное регрессионное уравнение до отбрасывания части статистики и линейное регрессионное уравнение после отбрасывания части статистики;

– доверительный интервал прогнозных значений  $Y_{\text{прогн}}$  (представляет собой геометрическое место расположения прогнозных значений  $Y_{\text{прогн}}$  при заданном значении  $X_{\text{прогн}}$  и заданной доверительной вероятности  $P_{\text{дов}}$ );

– количество элементарных операций ЭВМ, необходимое для реализации методов;

– точность, которая рассчитывается по формуле 6:

$$T = R^2 \cdot \frac{m}{n} \quad (6)$$

где  $n$  – исходное количество данных;

$m$  – количество данных, оставшихся после отбрасывания или данных, которые не подверглись преобразованию.

Наилучший вариант при этом – вариант, при котором величина коэффициента детерминации  $R^2$  максимальна, при обязательном условии, что  $T \geq 0.5$ .

### Описание программной реализации методов

Для удобства и быстроты реализации предложенных методов было разработано программное приложение с использованием языка программирования Visual Basic for Applications.

Работа программы содержит следующие этапы:

1. Пользователю предлагается ввести исходные данные в определенные ячейки (рис.2).

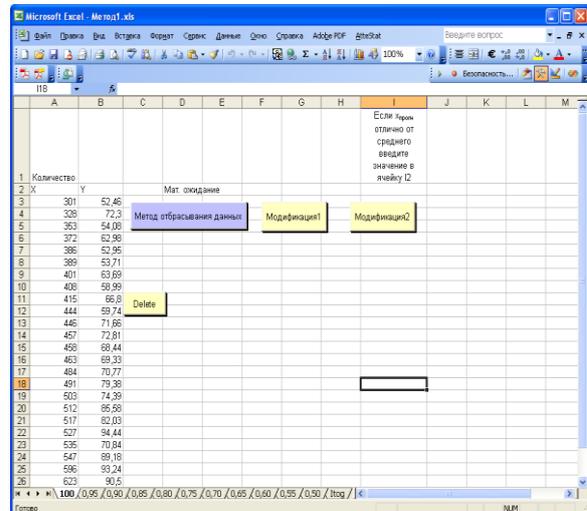


Рисунок 2 – Вид окна программы после введения данных

2. По умолчанию прогнозное значение  $Y_{\text{прогн}}$  определяется при  $X_{\text{прогн}} = X_{\text{ср}}$ . Если же это не так, пользователь вручную может ввести в соответствующую ячейку произвольное значение  $X_{\text{прогн}}$  при котором будет рассчитана величина  $Y_{\text{прогн}}$ .

3. Поскольку каждый из двух методов имеет по две модификации необходимо определить, следует ли применять сам метод или достаточно использовать одну из его модификаций. В случае если исследователь уверен в исходных значениях независимой переменной  $X$  (например, значения  $X_i$  даны заранее и в них не может быть случайных ошибок), следует применять первую модификацию метода. Она заключается в том, что область, в пределах которой, располагаются "надежные" данные представляет собой не прямоугольник, а коридор, границы которого равноудалены от линии исходного регрессионного уравнения. Расстояние между границами данного коридора составляет  $2\sigma_{\epsilon}$ . В отличие от первой модификации метода повышения качества прогнозной модели во второй модификации находятся 2 линии параллельные графику, построенному перпендикулярно исходного. Расстояние между ними составляет  $2\sigma'_{\epsilon}$ . При использовании второй модификации, отсекаются данные, которые являются аномальными и ненадежными по  $X$ . Величина коэффициента детерминации  $R^2$  в отдельных случаях уменьшается. Однако это связано с тем, что крайние точки являются определяющими для уравнения регрессии, и если они удалены на значительное расстояние от остальных точек, то они оказывают большое

влияние на исходное уравнение. Следует отбрасывать (перемещать) не более 10-20% исходных статистических данных.

Реализация описанных выше модификаций проще, чем реализация предложенного метода, однако и первая и вторая модификации несколько снижают эффективность метода, поскольку в случае использования метода исключаются (переносятся) аномальные и ненадежные значения и по X и по Y одновременно. Т.о. картина является более точной.

После этого пользователь выбирает соответствующую кнопку. Нажатие кнопки вызывает следующие действия:

а) данные сортируются по возрастанию (по независимой переменной X);

б) рассчитывается количество введенных статистических данных;

в) определяются коэффициенты линейного регрессионного уравнения и уравнения график которого перпендикулярен исходному;

г) рассчитывается значение коэффициента детерминации  $R^2$ ;

д) находится исходная величина доверительного интервала;

е) выводятся все вспомогательные значения (величины  $\sigma_e$ ,  $\sigma'_e$ ,  $k\sigma_e$ ,  $k\sigma'_e$  и т.д.) (рис.3).

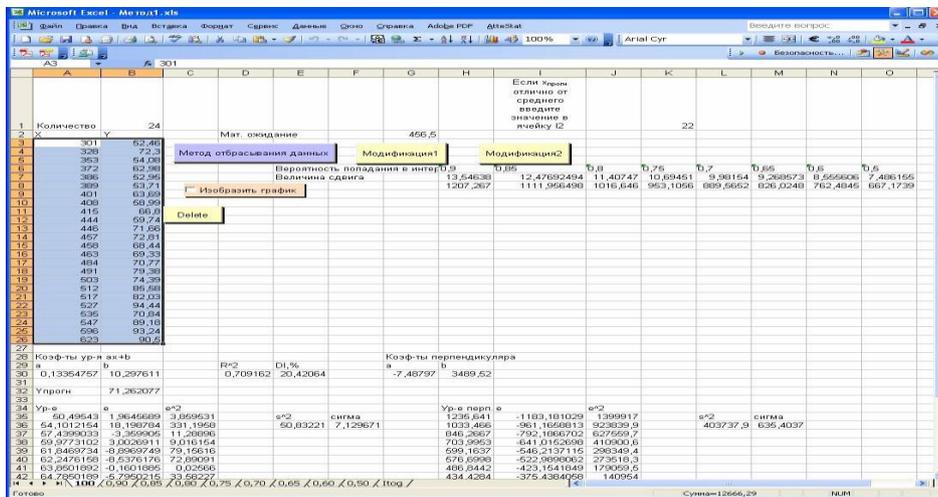


Рисунок 3 – Вид исходного листа после нажатия кнопки "Метод отбрасывания данных"

ж) Для каждой вероятности P попадания исходных статистических данных в определенную область (начиная с P=1 и до P=0.5 с шагом 0.05) предусмотрен отдельный рабочий лист, на котором отображаются результаты произведенных расчетов (выводятся оставшиеся или скорректированные данные, в зависимости от применяемого метода, определяются новые коэффициенты уравнения, коэффициенты детерминации  $R^2$ , величина доверительного интервала, величины смещения, количество элементарных операций и величина точности). Пользователь может переключаться между этими рабочими листами и смотреть всю необходимую ему информацию;

з) формируется итоговый рабочий лист, на котором в виде таблицы представлены данные по всем основным критериям эффективности метода для каждого значения вероятности попадания в заданную область. На основании данной таблицы пользователь может сделать вывод о том, до каких пределов следует

уменьшать вероятность попадания в "коридор", а также увидеть полученный от применения метода выигрыш (рис.4).

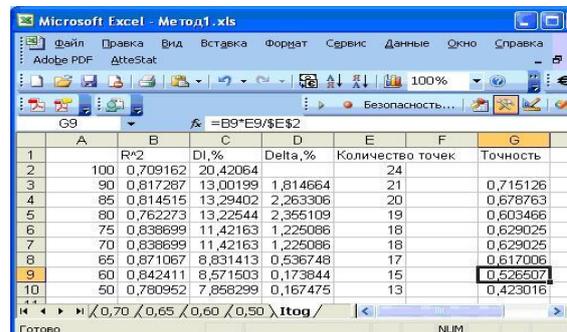


Рисунок 4 – Вид итоговой таблицы

4. Для наглядности пользователю доступна возможность отображения графиков, изображающих соответствующие области с выделением наблюдений, которые не попадают в

заданную область (см. рис.5). Одной из особенностей разработанной программы является возможность построения графика перпендикуляра, т.к. стандартные инструменты Microsoft Excel этого сделать не позволяют.

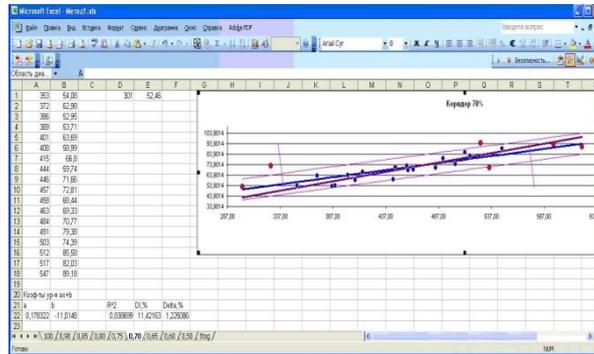


Рисунок 5 – Вид листа «0.70» после нажатия кнопки «Изобразить график»

5. По окончании работы программы, все полученные данные можно сохранить с помощью стандартных инструментов программы Excel, а также очистить все рабочие листы нажатием кнопки "Delete".

## Выводы

В данной статье были представлены методы, повышающие точность линейных регрессионных прогнозных моделей. Основными достоинствами данных методов является:

- простота понимания и применения;
- возможность нахождения и обработки нескольких аномальных и ненадежных измерений одновременно, что позволяет сократить время исследования, за счет отказа от простого перебора данных;
- хорошая формализуемость, что позволило реализовать данные методы в компьютерных технологиях.

Разработанное программное приложение имеет следующие преимущества:

1. Доступность понимания и использования.
2. Сокращение времени расчетов, по сравнению с ручной обработкой данных.
3. Возможность вводить произвольное количество исходных статистических данных.
4. Расчет прогнозного значения  $Y_{\text{прогн}}$  для любого  $X_{\text{прогн}}$ .
5. Вывод основных результатов на отдельном рабочем листе для соответствующей вероятности попадания в определенную область, что позволяет проследить за основными изменениями, полученными в результате использования методов или их модификаций.
6. Отображение итоговой таблицы, которая позволяет определить выигрыш от применения метода и сделать вывод о величине, до которой следует уменьшать вероятность попадания в область.
7. Наглядное изображение областей, соответствующих выбранным вероятностям и данным, которые при этом являются "аномальными" и ненадежными.
8. Возможность изображения на графике перпендикулярных прямых, путем расширения стандартных инструментов Excel.
9. Не требуется предварительная установка на компьютере, котором уже есть Microsoft Office.
10. Маленький размер программного приложения (около 1 МБ).

## Литература

1. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.
2. Дрейпер Н.Р., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. 3-е изд.: Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2007. – 912 с.
3. Rawlings, John O. Applied regression analysis: a research tool. — 2nd ed. / John O. Rawlings, Sastry G. Pentula, David A. Dickey – USA.: Springer, 1998.
4. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений: Квазиправдоподобные оценки. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1983. – 304 с.
5. Лемешко Б. Ю, Лемешко С. Б. Расширение области применения критериев типа Граббса, используемых при отбраковке аномальных измерений// Измерительная техника. – 2005. – № 6 – С.13-20

6. Смирнов А.В., Рычка О.В. Метод повышения качества прогнозных регрессионных моделей. // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка". Випуск 12(165) – Донецьк: ДВНЗ "ДонНТУ". – 2010. – С.141-147.

7. Смирнов А.В., Рычка О.В. Новый метод улучшения качества прогнозных регрессионных моделей. // Наукові праці ДонНТУ Серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка". Випуск 13(185) – Донецьк: ДВНЗ "ДонНТУ". – 2011. – С.168-172.

8. Ллойд Э. Справочник по прикладной статистике. В 2-х т. Т.1: Пер. с англ./ Под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Ю.Н. Тюрина. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 510 с.

9. Абрамовиц М. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами./ Под. ред. М.Абрамовица и Н. Стигана: Пер. с англ. под ред. В.А. Диткина и Л.И. Кармазиной. – М.: Наука, 1979. – 830 с.

УДК 519.254

**Рычка О.В. Описание и программная реализация методов обработки данных для повышения точности прогнозирования.** В работе описаны методы, позволяющие повысить точность прогнозирования при использовании линейных регрессионных моделей и их основные преимущества. Рассмотрены этапы работы программного приложения, разработанного автором на языке программирования Visual Basic for Applications для реализации предложенных методов. Ключевые слова: точность прогнозирования, линейная регрессионная модель, программное приложение, аномальные измерения.

УДК 519.254

**Рычка О.В. Опис та програмна реалізація методів обробки даних для підвищення точності прогнозування.** У роботі описано методи, що дозволяють підвищити точність прогнозування при використанні лінійних регресійних моделей і їх основні переваги. Розглянуто етапи роботи програмного додатка, розробленого автором мовою програмування Visual Basic for Applications для реалізації запропонованих методів.

**Ключові слова:** точність прогнозування, лінійна регресійна модель, програмний додаток, аномальні виміри.

UDC 519.254

**Rychka O.V. Description and software implementation of data processing methods to improve the accuracy of forecasting.** Methods to improve forecasting accuracy using linear regression models and their main advantages are described. The stages of work of software, developed by the author in the programming language Visual Basic for Applications to implementation the proposed methods are considered. Key words: forecasting accuracy, linear regression model, software, the anomalous measurements

*Статья поступила в редакцию 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук А.С. Миненко*

УДК 004.896

## Разработка базовых структур системы искусственного интеллекта для реализации нечеткого управления с использованием функций принадлежности нескольких аргументов

И.А. Тарасова  
Донецкий национальный технический университет  
irina\_tarasova@i.ua

*Тарасова И.А. Разработка базовых структур системы искусственного интеллекта для реализации нечеткого управления с использованием функций принадлежности нескольких аргументов. В статье приведено исследование существующих методов нечеткого управления, разработаны обобщенная схема управления в системе искусственного интеллекта и базовые структуры системы для реализации нечеткого управления на основе использования термов лингвистических переменных с функциями принадлежности нескольких аргументов. Применение полученных результатов позволяет повысить эффективность управления плохо формализуемыми объектами с нелинейными ограничениями на управляющие переменные.*

### Введение

Одним из наиболее важных направлений развития искусственного интеллекта является нечеткое моделирование и управление. Основные результаты в этой области исследований были получены в работах Л. Заде, Э. Мамдани, М. Сугэно, Т. Тэрано, А. Кофмана, Р. Ягера и др. Проблемам разработки методологии нечеткого моделирования и технологии решения практических задач посвящены работы А.Н. Аверкина, И.З. Батыршина, Р.А. Алиева, А.Н. Борисова, Д.А.Поспелова, А.В.Леоненкова, В.В.Круглова.

Существующие методы нечеткого управления, применяемые в системах искусственного интеллекта, в основном используют в качестве термов нечеткие переменные с одномерными функциями принадлежности. Это позволяет, с одной стороны, использовать простое и наглядное представление функций принадлежности, обеспечивающее применение несложных вычислительных процедур при проведении всех этапов нечеткого вывода, с другой стороны, теряется зависимость между управляющими переменными, обусловленная нелинейными ограничениями на управление.

Способы построения функций принадлежности существенно зависят от экспертного мнения. Методы задания и определения вида многомерных функций принадлежности в настоящее время недостаточно разработаны. Рассмотренные в работах [1-4] представления многомерных

функций принадлежности позволяют построить функции принадлежности заранее известного вида и не обеспечивают задания произвольной формы областей, в которых определены лингвистические термы переменных. Недостатком изложенного метода в работе [5] можно считать то, что использование нейронных сетей привело к отсутствию возможности выделить как саму функцию принадлежности, так и базу правил, а также функции, описывающие консеквенты каждого конкретного правила.

Применение для моделирования объектов со сложной структурой входных и выходных переменных иерархических систем нечеткого вывода приводит к тому, что при переходе между уровнями иерархии возникает определенная степень размытости, что может привести к потере значимости результата. Одним из путей решения данной проблемы является использование термов лингвистических переменных с функциями принадлежности нескольких аргументов [6, 7]. Однако представление структур системы нечеткого управления, позволяющих хранить такие данные, в настоящее время отсутствует, что говорит об актуальности исследований в данной области.

Целью данной работы является повышение эффективности управления плохо формализуемыми объектами за счет разработки базовых структур системы искусственного интеллекта для реализации нечеткого управления на основе функций принадлежности нескольких аргументов.

В данной работе решаются следующие задачи:

- разработка обобщенной схемы управления в системе искусственного интеллекта;
- разработка базовых структур системы искусственного интеллекта для реализации нечеткого управления на основе функций принадлежности нескольких аргументов.

### **Разработка обобщенной схемы управления в системе искусственного интеллекта**

На рисунке 1 представлена обобщенная структура системы искусственного интеллекта для реализации нечеткого управления на основе термов с функциями принадлежности нескольких аргументов.

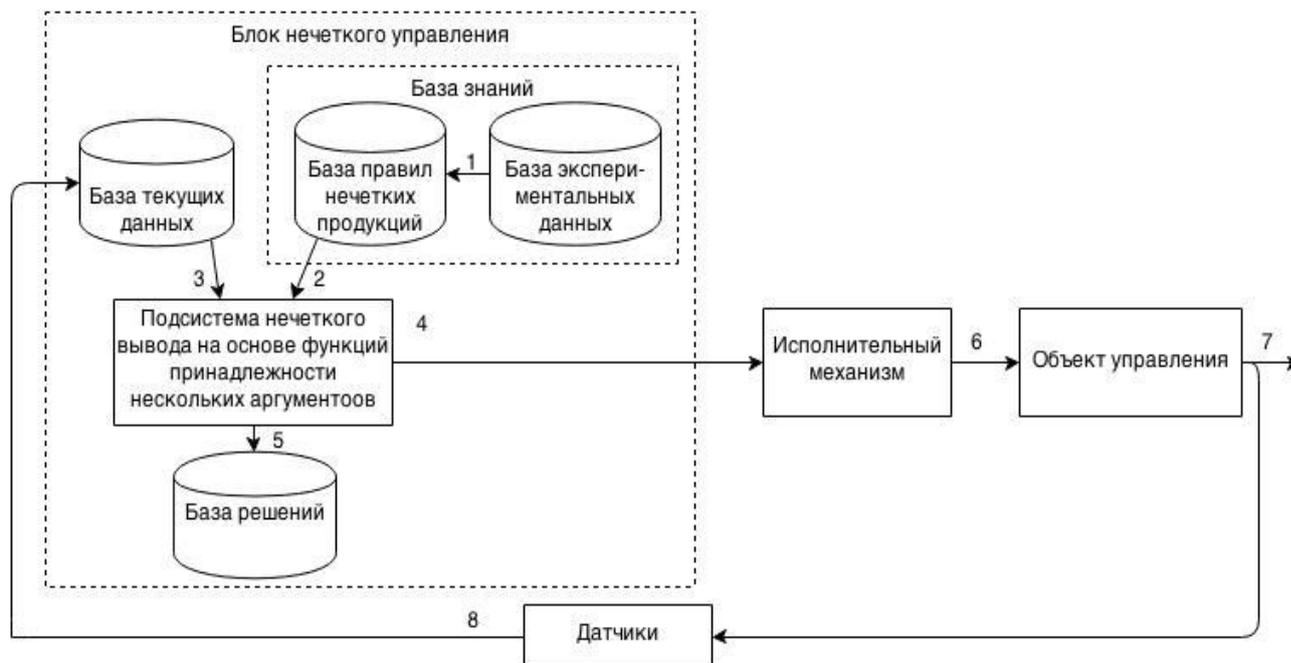


Рисунок 1 – Обобщенная схема управления в системе искусственного интеллекта

На рисунке 1 введены следующие обозначения:

1 – множество входных лингвистических переменных  $V$  и множество выходных лингвистических переменных  $W$ ;

2 – множество правил нечетких продукций  $P$ ;

3 – характеристики текущего состояния объекта;

4 – значения управляющих переменных;

5 – характеристики текущего состояния объекта и принятое решение по управлению;

6 – управляющее воздействие;

7 – реакция объекта управления;

8 – измеренные характеристики объекта управления.

При разработке системы нечеткого управления с использованием функций принадлежности нескольких аргументов связь между входными и выходными переменными задается на основе экспертных знаний в виде базы знаний.

Как следует из рисунка 1, база знаний, принципы построения и архитектура которой представлены в работе [8], включает в себя базу

правил нечетких продукций и базу данных, таблицы которой заполняются на основе нечеткой кластеризации экспериментальных данных о поведении объекта моделирования. Характеристики объекта управления, содержащие информацию с датчиков о текущем состоянии объекта управления, занесены в базу текущих данных. Подсистема нечеткого вывода на основе функций принадлежности нескольких аргументов, используя базу знаний, на основе полученных текущих данных принимает решение по управлению объектом. Решение передается на исполнительный механизм, после чего записывается в базу данных принятых решений.

### **Разработка базовых структур системы искусственного интеллекта для реализации нечеткого управления на основе функций принадлежности нескольких аргументов**

Для представления проектируемых баз данных выбрана реляционная модель [9], поскольку она обладает следующими преимуществами:

– простота и доступность понимания конечным пользователем – единственной информационной конструкцией является таблица;

– при проектировании реляционной БД применяются строгие правила, базирующие на математическом аппарате;

– полная независимость данных. При изменении структуры реляционной изменения, которые требуют произвести в прикладных программах, минимальны.

На рисунке 2 представлена реляционная модель базы экспериментальных данных, которая заполняется на основании результатов задания многомерных функций принадлежности термов лингвистических переменных. Подходы к заданию многомерных функций принадлежности термов лингвистических переменных в задачах нечеткого управления разработаны в работе [10].

Для базы экспериментальных данных реляционная модель состоит из пяти таблиц: «Эксперимент» (Experiment), «Имя переменной» (VariableName), «Характеристика» (Characteristic), «Функция принадлежности» (MembershipFunction), «Название термина» (TermName).

«Название термина» (TermName). Связи между объектами устанавливаются с помощью ключей:

– «Идентификация переменной» (VariableID) связывает объекты «Эксперимент» (Experiment) (внешний ключ) и «Имя переменной» (VariableName) (первичный ключ);

– «Код характеристики» (CharacteristicKey) связывает объекты «Эксперимент» (Experiment) и «Характеристика» (Characteristic);

– «Код функции принадлежности» (MembershipFunctionKey) связывает объекты «Эксперимент» (Experiment) и «Функция принадлежности» (MembershipFunction);

– «Идентификация термина» связывает объекты «Название термина» (TermName) (первичный ключ) и «Функция принадлежности» (MembershipFunction) (внешний).

Модель базы текущих данных представлена на рисунке 3.

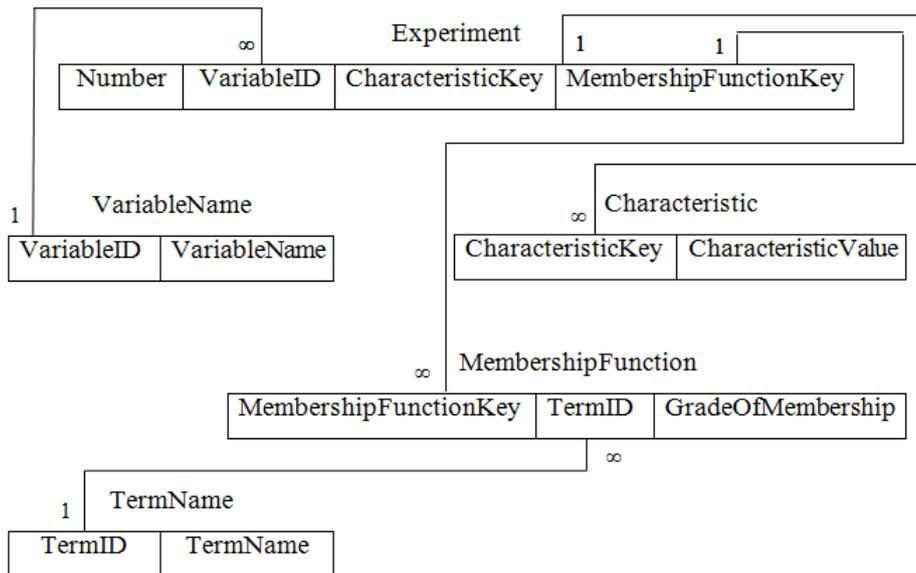


Рисунок 2 – Реляционная модель базы экспериментальных данных

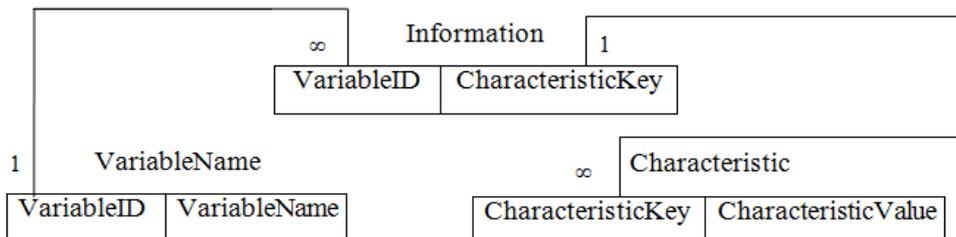


Рисунок 3 – Реляционная модель базы текущих данных

Для проектируемой базы текущих данных реляционная модель состоит из трех таблиц: «Информация» (Information), «Имя переменной» (VariableName), «Характеристика» (Characteristic). Связи между объектами устанавливаются с помощью ключей:

«Идентификация переменной» (VariableID) связывает объекты «Информация» (Information) (внешний ключ) и «Имя переменной» (VariableName) (первичный ключ);

«Код характеристики» (CharacteristicKey) связывает объекты «Информация» (Information) и «Характеристика» (Characteristic).

Используя выделенные лингвистические переменные с функциями принадлежности

нескольких аргументов, на основании знаний экспертов формируется база правил нечетких продукций, проектирование которой представлено в работе [11]. Процедура нечеткого вывода с использованием функций принадлежности нескольких аргументов реализуется на основе алгоритма, представленного в работе [12].

На выходе блока нечеткого управления вырабатывается решение по управлению объектом, записываемое в базу принятых решений, реляционная модель которой представлена на рисунке 4.

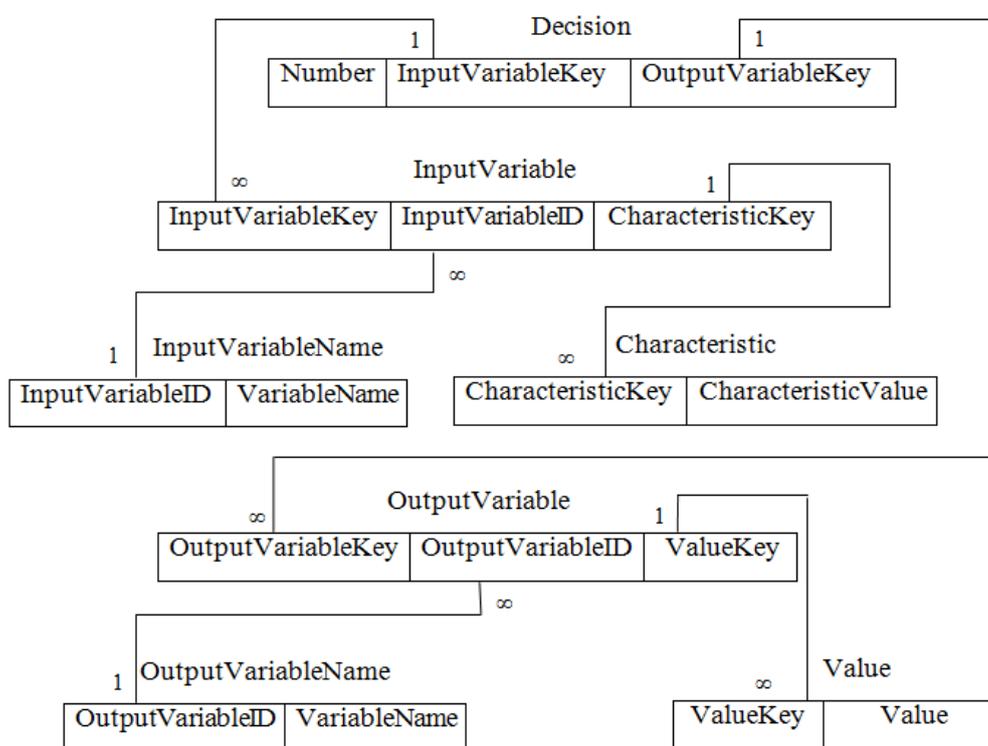


Рисунок 4 – Реляционная модель базы принятых решений

Реляционная модель базы принятых решений состоит из семи таблиц: «Решение» (Decision), «Входная переменная» (InputVariable), «Имя входной переменной» (InputVariableName), «Характеристика» (Characteristic), «Выходная переменная» (OutputVariable), «Имя выходной переменной» (OutputVariableName), «Значение» (Value). Связи между объектами устанавливаются с помощью ключей:

«Идентификация входной переменной» (InputVariableID) связывает объекты «Входная переменная» (InputVariable) (внешний ключ) и «Имя входной переменной» (InputVariableName) (первичный ключ);

«Код характеристики» (CharacteristicKey) связывает объекты «Входная переменная» (InputVariable) и «Характеристика» (Characteristic);

«Код входной переменной» (InputVariableKey) связывает объекты «Решение» (Decision) и «Входная переменная» (InputVariable);

«Код выходной переменной» (OutputVariableKey) связывает объекты «Решение» (Decision) и «Выходная переменная» (OutputVariable);

«Код значения» (ValueKey) связывает объекты «Выходная переменная» (OutputVariable) и «Значение» (Value);

«Идентификация выходной переменной» (OutputVariableID) связывает объекты «Выходная переменная» (OutputVariable) (внешний ключ) и «Имя выходной переменной» (OutputVariableName) (первичный ключ).

### Выводы

В данной работе рассмотрена задача повышения эффективности нечеткого управления плохо формализуемыми объектами с нелинейными ограничениями на управляющие переменные.

Для технической реализации нечеткого управления на основе модели с использованием термов лингвистических переменных с функциями принадлежности нескольких аргументов, разработаны базовые структуры системы искусственного интеллекта. Их использование позволяет ускорить разработку систем нечеткого управления в различных предметных областях.

### Литература

1. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. / С. Штовба – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.
2. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. / А. Ротштейн – Винница: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 1999. – 320 с.
3. Алтунин А.Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. / Алтунин А.Е., Семухин М.В. – Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000. – 352 с.
4. Борисов В.В. Нечеткие модели и сети. / Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 284 с.
5. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: Пер. с польск. И.Д. Рудинского./ Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. – М.: Горячая линия – Телеком, 2006. – 452 с.
6. Шушура А.Н. Метод нечеткого управления на основе переменных с многомерными функциями принадлежности / А.Н. Шушура, И.А. Тарасова //

Искусственный интеллект. – 2010. – №1. – С. 122-128.

7. Шушура А.Н. Способ задания многомерных функций принадлежности термов лингвистических переменных / А.Н. Шушура, И.А. Тарасова // Міжнародний науково-технічний журнал “Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія”. – 2013. – №1(26). – С. 39-44.

8. Тарасова И. А. Принципы построения и архитектура базы знаний системы нечеткого управления на основе многомерных функций принадлежности // Вестник Кременчугского национального университета имени Михаила Остроградского. – 2013. – № 2 (79). – С. 56-61.

9. Гаврилова Т. А. Базы знаний интеллектуальных систем / Гаврилова Т. А., Хорошевский В. Ф. – СПб. : Питер, 2001. – 384 с.

10. Тарасова И.А. Разработка подходов к заданию многомерных функций принадлежности термов лингвистических переменных в задачах нечеткого управления // Электронный научный журнал "Отраслевые аспекты технических наук". - 2014. - Выпуск 2(38) Март-Апрель. – С. 11-22. [Электронный ресурс]. - Режим доступа:

[http://www.branch-aspects-of-technical-sciences.ingnpublishing.com/archive/2014/vypusk\\_2\\_38\\_mart-aprel\\_release\\_2\\_38\\_march-april/tarasova\\_i\\_a\\_razrabotka\\_podhodov\\_k\\_zadaniyu\\_mnogomernyh\\_funkcij\\_prinadlezhnosti\\_termov\\_lingvisticheskikh\\_perem](http://www.branch-aspects-of-technical-sciences.ingnpublishing.com/archive/2014/vypusk_2_38_mart-aprel_release_2_38_march-april/tarasova_i_a_razrabotka_podhodov_k_zadaniyu_mnogomernyh_funkcij_prinadlezhnosti_termov_lingvisticheskikh_perem)

11. Синтез структуры и алгоритмов системы нечеткого управления с использованием функций принадлежности нескольких аргументов // Universum: Технические науки: электрон. научн. журн. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью Международный центр науки и образования. – 2014. – № 4 (5) . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

<http://7universum.com/ru/tech/archive/item/1259>

12. Тарасова И.А. Нечеткое управление на основе переменных с многомерными функциями принадлежности в диагностике и лечении гипертензивных осложнений беременности // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2012. – №4. – С. 169-173.

---

**Тарасова И.А.** *Разработка базовых структур системы искусственного интеллекта для реализации нечеткого управления с использованием функций принадлежности нескольких аргументов.* В статье приведено исследование существующих методов нечеткого управления, разработаны обобщенная схема управления в системе искусственного интеллекта и базовые структуры системы для реализации нечеткого управления на основе использования термов лингвистических переменных с функциями принадлежности нескольких аргументов. Применение полученных результатов позволяет повысить эффективность управления плохо формализуемыми объектами с нелинейными ограничениями на управляющие переменные.

**Ключевые слова:** нечеткое управление, функция принадлежности нескольких аргументов, система искусственного интеллекта, базовые структуры системы

**Тарасова І.О.** *Розробка базових структур системи штучного інтелекту для реалізації нечіткого управління з використанням функцій належності багатьох аргументів.* У статті наведено дослідження існуючих методів нечіткого управління, розроблено узагальнену схему управління в системі штучного інтелекту та базові структури системи для реалізації нечіткого управління на основі використання термів лінгвістичних змінних з функціями належності багатьох аргументів. Застосування отриманих результатів дозволяє підвищити ефективність управління об'єктами, що погано формалізуються, з нелінійними обмеженнями на керуючі змінні.

**Ключові слова:** нечітке управління, функція належності багатьох аргументів, система штучного інтелекту, базові структури системи

**Tarasova I.A.** *Development of the basic structures of artificial intelligence systems for the implementation of fuzzy control with the usage of membership functions of several arguments.* The article is devoted to research of the currently used methods of fuzzy control has been carried out; generalized control circuit in the system of artificial intelligence and the basic structure of the system for the implementation of fuzzy control based on the usage of linguistic variables terms with membership functions of several arguments has been developed. The application of the results allows to promote efficiency of control of badly formalized objects with nonlinear constraints on the control variables.

**Key words:** fuzzy control, membership function of several arguments, artificial intelligence system, basic structures of the system

Статья поступила в редакцию 21.05.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук А.С. Миненко

## CONTENT

|   |    |
|---|----|
| Andruckin A.I., Sudakov S.N. Computer progress and problems of celestial mechanics: the historical perspective. ....  | 4  |
| Andruckin A.I. Influence of the form and structure of the systems on the accuracy of their research and the efficiency of their operation. ....   | 12 |
| Anopriyenko A., Ivanitsa S., Lychagin R. A analysis of modern approaches to the procedures for recognition and face recognition for biometric systems.. ....  | 25 |
| Bakalenko V., Fedyaev O. Speech interface for intellectualization of computer programs input.....   | 32 |
| Bardushkin V.V., Kirillov D.A., Shilyaeva Yu.I. Modelling of local elastic characteristics of nanocomposites based on anodic Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> with filamentary pores filled with Cu, Ag and Au..... | 38 |
| Belkov D.V., Edemskaya E.N. Video Traffic Analysis.....   | 44 |
| E. M. Vechtomov, A. A. Petrov. About congruences on multiplicatively idempotent semirings. ...  | 52 |
| Dorokhina G.V. Pavlysh V.N. A method of presenting sets of sequences.....   | 56 |
| Yegorov A., Chernyshova A. Software system for embedding data inside images using steganographic and cryptographic algorithms.....  | 65 |
| Zviagintseva A.V., Averin G.V. Models and tools for the countries, regions and cities development comprehensive assessment.....   | 72 |
| Minenko A.S. Information technology in the modeling and recognition of human face by his facial image.....  | 81 |
| Mironenko L.P., Pustovaya Yu.V. Formula lowering natural degree of trigonometric functions in integral calculus. ....   | 86 |
| Rychka O.V. Description and software implementation of data processing methods to improve the accuracy of forecasting.....  | 92 |
| Tarasova I.A. Development of the basic structures of artificial intelligence systems for the implementation of fuzzy control with the usage of membership functions of several arguments.....                     | 98 |

Научное издание

ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА

Научный журнал

(на русском, украинском, английском языках)

№ 1(3)-2016

Ответственный за выпуск А.И. Андрухин

Технические редакторы Т.В.Завадская, А.В.Звягинцева

Компьютерная верстка Д.А. Филипишин

Подписано к печати 24.06.2016. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Печать ризографическая.  
Усл. печ. лист. 10. Уч.- изд. лист. 7,1. Тираж 100 экз.

Адрес редакции: ДНР, 83001, г. Донецк, ул. Артема, 58, ГВУЗ «ДонНТУ», 5-й учебный корпус,  
к. 425. Тел.: +38 (062) 301-08-51 E-mail: infcyb.donntu@yandex.ru, URL: <http://infcyb.donntu.org>

Издатель Государственное высшее учебное заведение «Донецкий национальный технический  
университет» ДНР, 83001, г. Донецк, ул. Артема, 58. Тел.: +38 (062) 301-08-67, +38 (062) 301-  
09-67 Свидетельство о государственной регистрации субъекта издательского дела: серия ДК  
№2982 от 21.09.2007

Отпечатано ООО фирма «ДРУК-ИНФО» ЛУН, 83001, г. Донецк, ул. Артема, 58, к. 113, тел.: +38  
(062) 335-64-55